

# 6

# Lecția de MATEMATICĂ

➤ Teorie

➤ Aplicații

*Lecția de matematică. Clasa a VI-a*  
*Teorie și aplicații*  
Copyright © 2017 Grup Media Litera  
Toate drepturile rezervate



Editura Litera  
O.P. 53; C.P. 212, sector 4, București, România  
tel.: 021 319 63 90; 031 425 16 19; 0752 548 372  
e-mail: comenzi@litera.ro

Ne puteți vizita pe



Editor: Vidrașcu și fiii  
Redactor: Gabriela Niță  
Corector: Carmen Bîțlan  
Figuri geometrice și grafice: Banu Gheorghe  
Copertă: Vlad Panfilov  
Tehnoredactare: Banu Gheorghe  
Coordonator departament educațional: Gabriela Niță

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

<b>1. Mulțimea numerelor naturale</b> .....	6
Reguli de calcul cu puteri .....	6
<i>Test – Reguli de calcul cu puteri</i> .....	7
Criterii de divizibilitate .....	8
<i>Test – Criterii de divizibilitate</i> .....	9
Numere prime. Numere compuse .....	10
<i>Test – Numere prime. Numere compuse</i> .....	11
Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime .....	12
<i>Test – Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime</i> .....	13
Proprietăți ale relației de divizibilitate .....	14
<i>Test – Proprietăți ale relației de divizibilitate</i> .....	15
Multipli comuni pentru două sau mai multe numere naturale; c.m.m.m.c. ....	16
<i>Test – Multipli comuni pentru două sau mai multe numere naturale; c.m.m.m.c.</i> .....	17
Divizori comuni a două sau mai multor numere naturale .....	18
<i>Test – Divizori comuni a două sau mai multor numere naturale</i> .....	19
Cel mai mare divizor comun a două sau mai multe numere naturale. Numere prime între ele .....	20
<i>Test – Cel mai mare divizor comun a două sau mai multe numere naturale. Numere prime între ele</i> .....	21
Probleme simple care se rezolvă cu ajutorul divizibilității .....	22
<i>Test – Probleme simple care se rezolvă cu ajutorul divizibilității</i> .....	23
<b>2. Mulțimea numerelor raționale pozitive</b> .....	24
Noțiunea de număr rațional. Forme de scriere a unui număr rațional ..	24
<i>Test – Noțiunea de număr rațional. Forme de scriere a unui număr rațional</i> .....	25
Adunarea și scăderea numerelor raționale pozitive .....	26
<i>Test – Adunarea și scăderea numerelor raționale pozitive</i> .....	27
Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor raționale pozitive .....	28
<i>Test – Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor raționale pozitive</i> .....	29
Împărțirea numerelor raționale pozitive .....	30
<i>Test – Împărțirea numerelor raționale pozitive</i> .....	31
Media aritmetică ponderată a unor numere raționale pozitive .....	32
<i>Test – Media aritmetică ponderată a unor numere raționale pozitive</i> ..	33
Ecuatii în mulțimea numerelor raționale pozitive .....	34
<i>Test – Ecuatii în mulțimea numerelor raționale pozitive</i> .....	35
<b>3. Rapoarte și proporții</b> .....	36
Rapoarte; procente .....	36
<i>Test – Rapoarte; procente</i> .....	37
Probleme în care intervin procente .....	38
<i>Test – Probleme în care intervin procente</i> .....	39
Proporții; proprietatea fundamentală a proporțiilor .....	40
<i>Test – Proporții; proprietatea fundamentală a proporțiilor</i> .....	41
Aflarea unui termen necunoscut dintr-o proporție .....	42
<i>Test – Aflarea unui termen necunoscut dintr-o proporție</i> .....	43
Proporții derivate .....	44
<i>Test – Proporții derivate</i> .....	45
Mărimi direct proporționale; regula de trei simplă .....	46
<i>Test – Mărimi direct proporționale; regula de trei simplă</i> .....	47
Mărimi invers proporționale; regula de trei simplă .....	48
<i>Test – Mărimi invers proporționale; regula de trei simplă</i> .....	49
Elemente de organizare a datelor; reprezentarea datelor prin grafice ..	50
<i>Test – Elemente de organizare a datelor; reprezentarea datelor prin grafice</i> .....	52
Probabilități .....	54
<i>Test – Probabilități</i> .....	55
<b>4. Numere întregi</b> .....	56
Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg .....	56
<i>Test – Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg</i> .....	57
Mulțimea numerelor întregi. Reprezentarea pe axa numerelor .....	58
<i>Test – Mulțimea numerelor întregi. Reprezentarea pe axa numerelor</i> ..	59
Valoarea absolută (modulul) unui număr întreg .....	60
<i>Test – Valoarea absolută (modulul) unui număr întreg</i> .....	61
Compararea și ordonarea numerelor întregi .....	62
<i>Test – Compararea și ordonarea numerelor întregi</i> .....	63
Adunarea și scăderea numerelor întregi; proprietăți .....	64
<i>Test – Adunarea și scăderea numerelor întregi. Proprietăți</i> .....	65
Înmulțirea numerelor întregi. Proprietăți .....	66
<i>Test – Înmulțirea numerelor întregi; proprietăți</i> .....	67
Mulțimea multiplilor unui număr întreg .....	68
<i>Test – Mulțimea multiplilor unui număr întreg</i> .....	69
Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului .....	70
<i>Test – Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului</i> .....	71
Mulțimea divizorilor unui număr întreg .....	72
<i>Test – Mulțimea divizorilor unui număr întreg</i> .....	73
Puterea unui număr întreg cu exponent natural; reguli de calcul cu puteri .....	74
<i>Test – Puterea unui număr întreg cu exponent natural; reguli de calcul cu puteri</i> .....	75
Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor .....	76
<i>Test – Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor</i> .....	77
Ecuatii în $\mathbb{Z}$ .....	78
<i>Test – Ecuatii în <math>\mathbb{Z}</math></i> .....	79
Inecuații în $\mathbb{Z}$ .....	80
<i>Test – Inecuații în <math>\mathbb{Z}</math></i> .....	81
Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor .....	82
<i>Test – Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor</i> .....	83
<b>5. Dreapta</b> .....	84
Punct, dreaptă, plan. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Puncte coliniare .....	84
<i>Test – Punct, dreaptă, plan. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Puncte coliniare</i> .....	85
Semidreaptă. Semiplan. Segment de dreaptă .....	86
<i>Test – Semidreaptă. Semiplan. Segment de dreaptă</i> .....	87
Introducerea noțiunilor de: axiomă, teoremă directă, ipoteză, concluzie, demonstrație, teoremă reciprocă .....	88
<i>Test – Introducerea noțiunilor de: axiomă, teoremă directă, ipoteză, concluzie, demonstrație, teoremă reciprocă</i> .....	89
Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele ..	90
<i>Test – Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele</i> .....	91
Distanța dintre două puncte; lungimea unui segment .....	92
<i>Test – Distanța dintre două puncte; lungimea unui segment</i> .....	93
Segmente congruente; construcția unui segment congruent cu un segment dat .....	94
<i>Test – Segmente congruente; construcția unui segment congruent cu un segment dat</i> .....	95
Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct .....	96
<i>Test – Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de un punct</i> ..	97
<b>6. Unghiuri</b> .....	98
Definiție, notații, elemente; interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi; unghi nul, unghi cu laturile în prelungire .....	98
<i>Test – Definiție, notații, elemente; interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi; unghi nul, unghi cu laturile în prelungire</i> .....	99
Măsurarea unghiurilor cu raportorul. Unghiuri congruente .....	100
<i>Test – Măsurarea unghiurilor cu raportorul. Unghiuri congruente</i> ..	101
Unghi drept, unghi ascuțit, unghi obtuz .....	102
<i>Test – Unghi drept, unghi ascuțit, unghi obtuz</i> .....	103

Calcul cu măsurile de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale.....	104
<i>Test – Calcul cu măsurile de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale</i> .....	105
Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi .....	106
<i>Test – Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi</i> .....	107
Unghiuri suplimentare, unghiuri complementare .....	108
<i>Test – Unghiuri suplimentare, unghiuri complementare</i> .....	109
Unghiuri opuse la vârf, congruența lor .....	110
<i>Test – Unghiuri opuse la vârf, congruența lor</i> .....	111
Unghiuri formate în jurul unui punct, suma măsurilor lor .....	112
<i>Test – Unghiuri formate în jurul unui punct, suma măsurilor lor</i> .....	113
<b>7. Congruența triunghiurilor</b> .....	114
Triunghi: definiție, elemente .....	114
<i>Test – Triunghi: definiție, elemente</i> .....	115
Clasificarea triunghiurilor .....	116
<i>Test – Clasificarea triunghiurilor</i> .....	116
Perimetrul triunghiului .....	118
<i>Test – Perimetrul triunghiului</i> .....	119
Construcția triunghiurilor .....	120
<i>Test – Construcția triunghiurilor</i> .....	121
Congruența triunghiurilor oarecare: criterii de congruență .....	122
<i>Test – Congruența triunghiurilor oarecare: criterii de congruență</i> .....	123
Metoda triunghiurilor congruente .....	124
<i>Test – Metoda triunghiurilor congruente</i> .....	125
<b>8. Perpendicularitate</b> .....	126
Drepte perpendiculare (ortogonale). Drepte oblice. Distanța de la un punct la o dreaptă .....	126
<i>Test – Drepte perpendiculare (ortogonale). Drepte oblice. Distanța de la un punct la o dreaptă</i> .....	127
Înălțimile unui triunghi .....	128
<i>Test – Înălțimile unui triunghi</i> .....	129
Cazurile de congruență ale triunghiurilor dreptunghice .....	130
<i>Test – Cazurile de congruență ale triunghiurilor dreptunghice</i> .....	131
Aria triunghiului pe rețele de pătrate .....	132
<i>Test – Aria triunghiului pe rețele de pătrate</i> .....	133
Mediatoarea unui segment. Proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment cu rigla și compasul .....	134
<i>Test – Mediatoare</i> .....	135
Concurența mediatoarelor laturilor unui triunghi .....	136
<i>Test – Concurența mediatoarelor laturilor unui triunghi</i> .....	137
Simetria față de o dreaptă .....	138
<i>Test – Simetria față de o dreaptă</i> .....	139
Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei cu rigla și compasul. Concurența bisectoarelor unui triunghi .....	140
<i>Test – Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi. Concurența bisectoarelor unui triunghi</i> .....	141
<b>9. Paralelism</b> .....	142
Paralelism .....	142
<i>Test 1 – Paralelism</i> .....	144
<i>Test 2 – Paralelism</i> .....	146
<b>10. Proprietăți ale triunghiurilor</b> .....	148
Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi .....	148
<i>Test – Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi</i> .....	149
Unghi exterior. Teorema unghiului exterior .....	150
<i>Test – Unghi exterior. Teorema unghiului exterior</i> .....	151
Mediana în triunghi .....	152
<i>Test – Mediana în triunghi</i> .....	153
Concurența medianelor unui triunghi .....	154
<i>Test – Concurența medianelor unui triunghi</i> .....	155
Proprietăți ale triunghiului isoscel .....	156
<i>Test – Proprietăți ale triunghiului isoscel</i> .....	157
Proprietăți ale triunghiului echilateral .....	158
<i>Test – Proprietăți ale triunghiului echilateral</i> .....	159
Proprietăți ale triunghiului dreptunghic .....	160
<i>Test – Proprietăți ale triunghiului dreptunghic</i> .....	161
<b>11. Indicații și răspunsuri</b> .....	162

# Teste și aplicații

## Reguli de calcul cu puteri

➤ **Deducerea** unor reguli de calcul cu puteri și a unor proprietăți ale divizibilității în mulțimea numerelor naturale, în exerciții și probleme.

**Noțiuni-cheie:** pătrate și cuburi de numere naturale, operații cu numere naturale, șiruri de numere, ridicarea la putere cu exponent număr natural, operații cu puteri, succesor, ecuație.

**Acțiuni-cheie:** operații cu puteri, identificarea unei reguli într-un șir de numere, compararea puterilor, citirea unui tabel, rezolvarea unei ecuații, analizarea unor situații practice cu ajutorul puterilor.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}$$

**Exemplu:**  $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

## Breviar teoretic

## Reguli de calcul cu puteri

Pentru regulile următoare,  $a$  și  $b$  cu puterile  $^m$  și  $^n$  nu pot fi simultan egale cu zero, pentru că  $0^0$  este operație fără sens.

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= a^{m+n} \\ a^m : a^n &= a^{m-n}, m \geq n \\ (a^m)^n &= a^{m \cdot n} \\ a^m \cdot b^m &= (a \cdot b)^m \\ a^m : b^m &= (a : b)^m \\ a^0 &= 1, \text{ dacă } a \neq 0 \end{aligned}$$

## Exemple:

$$\begin{aligned} 2^4 \cdot 2^7 &= 2^{4+7} = 2^{11} \\ 3^9 : 3^5 &= 3^{9-5} = 3^4 \\ (5^3)^6 &= 5^{3 \cdot 6} = 5^{18} \\ 4^3 \cdot 7^3 &= (4 \cdot 7)^3 = 28^3 \\ 12^5 : 4^5 &= (12 : 4)^5 = 3^5 \\ 7^0 &= 1 \end{aligned}$$

## Știați că...

➤ Ridicarea la putere este ...

– o înmulțire repetată

– o operație de ordinul III

**Exemplu:**  $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Într-un exercițiu cu mai multe operații, se efectuează întâi operațiile de ordinul III, apoi cele de ordinul II și I.

**Exemplul 1:** fără paranteze

$$2 + 3 \times \underline{5^2} = 2 + \underline{3 \times 25} = \underline{2 + 75} = 77$$

III            II            I

**Exemplul 2:** cu paranteze

$$7 \times 3 + \left( \underline{50 : 5} - \underline{3^2} \right) = 7 \times \left( \underline{50 : 5} - 9 \right) = 7 \times \left( \underline{10} - 9 \right) = \underline{7 \times 1} = 7$$

III            II            I

➤ Pentru a calcula  $a^{m^n}$  – întâi se ridică  $m^n$ , apoi  $a$  la numărul obținut ( $m^n$ )

**Exemplu:**  $5^{2^3} = 5^8$

➤ De când oamenii au învățat să utilizeze notarea puterilor cu exponenți, cel mai mare număr care se poate exprima cu trei cifre nu mai este 999 ci  $9^9$ .

## TEST – Reguli de calcul cu puteri

### Subiectul I. Scrieți doar rezultatul final. (30 p.)

- 5p** 1. Calculați  $2016^0 - 1^{2016} + 2^3 =$
- 5p** 2. Fie șirul de numere naturale 1, 2, 4, 8, 16, ... . Numărul care urmează în șirul dat este ...
- 5p** 3. Pătratul numărului 7 este ... .
- 5p** 4. Calculați  $2^5 \cdot 2^6 : 2^{10} = \dots$
- 5p** 5. Cel mai mare dintre numerele  $5^2$  și  $3^3$  este ... .
- 5p** 6. În tabelul de mai jos sunt reprezentate rezultatele obținute de elevi la un test.

Nota	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$

Care este numărul de elevi care au obținut nota 7?

### Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

- 5p** 1. Calculați  $2^6 : 4^3 + (3^5)^0 - 0^{2016} =$
- 5p** 2. Precizați care număr este mai mare:
- 5p** a)  $3^{40}$  sau  $9^{20}$ ;
- 5p** b)  $3^{33}$  sau  $5^{22}$ .
- 5p** 3. Aflați, în fiecare din următoarele cazuri, numărul natural care îndeplinește condiția dată:
- 5p** a) care este pătratul numărului 17.
- 5p** b) succesorul său are cubul 27.
- 5p** 4. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația  $5^{x+1} = 125$ .

### Subiectul al III-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

- 5p** 1. Se dă tabla din figura alăturată. Pe toate cele 9 pătrate numerotate de la 1 la 9 trebuie să așezăm un număr de cartonașe respectând următoarea regulă: un cartonaș pe primul pătrat, 2 cartonașe pe al II-lea pătrat, ș.a.m.d. astfel încât pe fiecare pătrat să existe dublul numărului de cartonașe de pe pătratul anterior.
- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |
- 5p** a) Arătați că pe pătratul 4 sunt 16 cartonașe.
- 5p** b) Aflați câte cartonașe sunt pe pătratul cu numărul 8.
- 5p** c) Aflați câte cartonașe sunt în total pe tablă.
- 5p** 2. Maria și Mihai joacă un joc cu pătrate folosind următoarea regulă: Maria așază un pătrat pe masă, Mihai așază un număr de pătrate identice cu cel inițial în jurul pătratului Mariei astfel încât să obțină un pătrat cu latura de 2 ori mai mare decât pătratul inițial, apoi Maria așază pătrate identice cu cel inițial în jurul pătratului format de Mihai astfel încât pătratul obținut să aibă latura de 3 ori mai mare decât pătratul inițial ș.a.m.d.
- Știind că jocul are 100 de pătrate, aflați:
- 5p** a) Câte pătrate așază Mihai la primul pas?
- 5p** b) Cine a așezat ultimul, dacă pe masă sunt 25 de pătrate?
- 5p** c) Câte runde s-au jucat, dacă s-au așezat toate cartonașele? Cine încheie jocul?

## Criterii de divizibilitate

- **Identificarea** în exemple, în exerciții sau în probleme a noțiunilor: divizor, multiplu, numere prime, numere compuse, c.m.m.d.c., c.m.m.m.c.
- **Exprimarea** unor caracteristici ale relației de divizibilitate în mulțimea numerelor naturale, în exerciții și probleme care se rezolvă folosind divizibilitatea.
- **Transpunerea** unei situații-problemă în limbajul divizibilității în mulțimea numerelor naturale, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului.

**Noțiuni-cheie:** divizor, multiplu, criterii de divizibilitate, număr scris în baza zece, fracții.

**Acțiuni-cheie:** utilizarea criteriilor de divizibilitate, identificarea divizorilor și multiplilor unui număr, interpretarea unui tabel, analizarea unor situații practice cu ajutorul divizibilității, scrierea unui număr în baza 10, verificarea unor proprietăți.

## Breviar teoretic

**Definiție:** Un număr natural  $a$  este divizibil cu un număr natural nenul  $b$  dacă există un număr natural  $c$  astfel încât  $a = b \cdot c$ .

**Notăție:**  $a : b$  se citește: „ $a$  se divide cu  $b$ ” sau „ $a$  divizibil cu  $b$ ”  
 $b | a$  se citește: „ $b$  divide pe  $a$ ”

**Exemplu:** 12 este divizibil cu 3 pentru că există numărul natural 4 astfel încât  $12 = 3 \cdot 4$ .

**Observație:** Dacă  $a$  este divizibil cu  $b$ , atunci spunem că  $b$  este un divizor al lui  $a$  sau că  $a$  este un multiplu al lui  $b$ .

**Exemplu:** Dacă 12 este divizibil cu 3, atunci spunem că 3 este un divizor al lui 12 sau că 12 este un multiplu al lui 3.

Mulțimea divizorilor naturali ai unui număr natural nenul  $n$  se notează cu  $D_n$  și este o mulțime finită.

Mulțimea multiplilor naturali ai unui număr natural nenul  $n$  se notează cu  $M_n$  și este o mulțime infinită.

## Știați că...

- Dacă un număr este par (ultima cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8), atunci el este divizibil cu 2.
- Un număr natural este divizibil cu 3 dacă suma cifrelor sale se divide cu 3.  
**Exemplu:**  $12345 : 3$  deoarece  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ , iar 3 divide 15.
- Un număr natural este divizibil cu 9 dacă suma cifrelor sale se divide cu 9:  $9/135$ ;  $1 + 3 + 5 = 9$ .
- Un număr natural este divizibil cu 5 dacă cifra unităților este 0 sau 5. Exemple: 2890; 135.
- Un număr natural este divizibil cu 10 dacă cifra uninităților este 0. Exemple: 140; 109 200.
- Un număr natural este divizibil cu 4 dacă numărul format din ultimele două cifre ale numărului este divizibil cu 4.
  - Anii bisecți sunt divizibili cu 4.
  - Sistemul zecimal de numerație, numit și sistem pozițional zecimal, a fost inventat de indieni (hindu, India) și preluat de europeni datorită arabilor. Introducerea cifrei zero reprezintă una din marile descoperiri ale indienilor (hindu, India, 800 î.Hr.).
  - Soarele există de aproximativ 10 000 000 000 000 de ani ( $10^{12} = 10$  bilioane).

## TEST – Criterii de divizibilitate

### Subiectul I. Scrieți doar rezultatul final. (30 p.)

- 5p 1. Dintre numerele 551 și 270, divizibil cu 5 este ... .
- 5p 2. Precizați valoarea lui  $x$  știind că numărul  $\overline{35x}$  este cel mai mare număr divizibil cu 2.
- 5p 3. Divizorii naturali ai lui 18 sunt ... .
- 5p 4. Cel mai mic multiplu de ordinul zecilor al lui 3 este ... .
- 5p 5. Multiplii nenuli ai lui 4, mai mici decât 21, sunt ... .
- 5p 6. În tabelul de mai jos sunt date numerele 2, 3, 5, 9 și 10 și numărul de multipli nenuli cel mult egali cu 100 ai fiecăruia.

Numărul	2	3	5	9	10
Nr. de multipli	50	33	20	11	10

Câți multipli cel mult egali cu 100 are 3?

### Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

- 5p 1. Dintre numerele 531, 412 și 414, divizibil cu 2 și cu 3 este numărul ... .
- 5p 2. Determinați valorile naturale ale lui  $x$ , pentru care  $2x - 3$  este un divizor natural al lui 24.
- 5p 3. Determinați toate numerele naturale de forma  $\overline{2x7}$  divizibile cu 3.
- 5p 4. Determinați valorile naturale ale lui  $x$  astfel încât fracția  $\frac{\overline{1x8}}{9}$  să fie ireductibilă.
- 5p 5. Ionuț are 25 de mere, 15 pere și 30 de portocale. Poate să le împartă în mod egal la cinci prieteni, astfel încât fiecare să aibă un număr egal din fiecare fruct. Justificați răspunsul dat precizând câte fructe din fiecare fel primește fiecare copil.
- 5p 6. Determinați toate numerele naturale de trei cifre divizibile cu 2, care se pot forma cu cifrele 7, 0 și 4.

### Subiectul al III-lea. Scrieți rezolvările complete. (30 p.)

1. Fie un număr de forma  $A = \overline{x(x+2)(x+4)}$ , unde  $x$ ,  $(x+2)$ ,  $(x+4)$  sunt cifre.
- 5p a) Verificați dacă numărul 357 este un număr de forma numărului  $A$ .
- 5p b) Determinați valoarea maximă a lui  $x$  pentru care  $x+4$  poate fi o cifră.
- 5p c) Determinați toate numerele de forma  $A$  divizibile cu 3.
2. Fie numerele naturale de forma  $\overline{abba} \div 9$ , astfel încât  $\overline{ba} \div 2$ .
- 5p a) Verificați dacă numărul 2772 verifică condițiile problemei.
- 5p b) Precizați dacă un număr natural care verifică condițiile problemei poate fi divizibil cu 5, argumentând răspunsul.
- 5p c) Determinați toate numerele care îndeplinesc condițiile din enunț.

## Numere prime. Numere compuse

- **Identificarea** în exemple, în exerciții sau în probleme a noțiunilor: divizor, multiplu, numere prime, numere compuse, c.m.m.d.c., c.m.m.m.c.
- **Exprimarea** unor caracteristici ale relației de divizibilitate în mulțimea numerelor naturale, în exerciții și probleme care se rezolvă folosind divizibilitatea.
- **Transpunerea** unei situații-problemă în limbajul divizibilității în mulțimea numerelor naturale, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului.

**Noțiuni-cheie:** divizor, divizor propriu, divizor impropriu, număr prim, număr compus.

**Acțiuni-cheie:** scrierea divizorilor unui număr natural, recunoașterea divizorilor proprii și improprii, recunoașterea numerelor prime și a numerelor compuse.

## Breviar teoretic

**Observație:** Orice număr natural nenul are ca divizori naturali pe 1 și pe el însuși. Acești divizori se numesc divizori improprii, iar toți ceilalți divizori ai numărului se numesc divizori proprii.

**Exemplu:** Divizorii naturali ai lui 12 sunt: 1, 2, 3, 4, 6, 12

1 și 12 sunt divizori improprii

2, 3, 4, 6 sunt divizori proprii

**Definiție:** Un număr natural diferit de 1, care are doar divizori improprii, se numește **număr prim**.

**Exemplu:** Numere prime: 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

**Definiție:** Un număr natural nenul care are divizori proprii se numește **număr compus**.

**Observație:** Singurul număr par și prim este 2.

## Știați că...

➤ Pentru a afla dacă un număr este prim, împărțim numărul, pe rând, la toate numerele prime, în ordine crescătoare, începând cu 2, până când obținem un cât mai mic sau egal cu împărțitorul. Dacă numărul se divide cu unul dintre aceste numere prime, este evident că el nu este prim. Dacă numărul considerat nu se divide cu niciunul dintre aceste numere prime, atunci el este număr prim.

➤ Cel mai mic număr prim este 2. În afară de 2, toate numerele prime sunt numere impare (3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, ...).

➤ Unul dintre cele mai mari numere prime descoperite până acum este  $2^{74\,207\,281} - 1$  și a fost descoperit în ianuarie 2016, de un computer de la o universitate din Missouri. Acest număr prim are cu 5 milioane de cifre mai mult decât precedentul număr prim.

➤ Încă din anul 300 î.Hr., Euclid a demonstrat că există o infinitate de numere prime.