

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

EDITURA PARALELA 45

Colecția **MATE 2000 +**
Inițiere, ameliorare și dezvoltare

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin O.M.E.C.I. nr. 5097/09.09.2009.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TUDOR, ION

Matematică : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate,
pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : 8 /

Ion Tudor. - Ed. a 3-a. - Pitești : Paralela 45, 2019-
2 vol.

ISBN 978-973-47-3001-8

Partea 1. - 2019. - ISBN 978-973-47-3002-5

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2019

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

8

Ediția a III-a



Editura Paralela 45

Capitolul II

REGULI DE CALCUL ÎN \mathbb{R}

Competențe specifice

- Alegerea formei de reprezentare a unui număr real
- Utilizarea de algoritmi pentru optimizarea calculului cu numere reale
- Identificarea în exemple, în exerciții sau în probleme a numerelor reale și a formulelor de calcul prescurtat
- Utilizarea formulelor de calcul prescurtat pentru optimizarea unor calcule

Lecția 5. Adunarea și scăderea numerelor reale



Ce trebuie să știm

Suma numerelor reale x și y este un număr real unic, notat $x + y$. Operația prin care se obține suma a două numere se numește **adunare**.

Proprietățile adunării

- **comutativitatea:** $a + b = b + a$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$;
- **asociativitatea:** $(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{R}$;
- 0 este **element neutru:** $a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$;
- orice număr $a \in \mathbb{R}$ are un **opus** $-a \in \mathbb{R}$: $a + (-a) = 0$.

Definiție: Media aritmetică a numerelor reale a și b este numărul $m_a = \frac{a+b}{2}$.

Diferența numerelor reale x și y este numărul real notat $x - y$, obținut ca suma dintre x și opusul lui y : $x - y = x + (-y)$.

Reguli de calcul cu radicali

- $\sqrt{a^2} = |a|$, $a \in \mathbb{R}$;
- $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = \sqrt{a}(m+n)$, $a \geq 0$;
- $m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = \sqrt{a}(m-n)$, $a \geq 0$.



Știm să răspundem?

Propoziția „Dacă $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $b > 0$ și $a \leq b$, atunci are loc inegalitatea $a \leq m_a(a; b) \leq b$.” este



Înțelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Efectuați:

a) $1\frac{3}{8} - 2\frac{7}{8}$;

b) $0,2(7) - 1,5$;

c) $1\frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{6}\right)$.

Soluție:

a) $1\frac{3}{8} - 2\frac{7}{8} = \frac{11}{8} - \frac{23}{8} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$;

b) $0,2(7) - 1,5 = \frac{5}{18} - \frac{3}{2} = \frac{5}{18} - \frac{27}{18} = -\frac{22}{18} = -\frac{11}{9}$;

c) $1\frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{7}{4} + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{21}{12} - \frac{10}{12} = \frac{11}{12}$.

2. Efectuați:

a) $9\sqrt{13} - 5\sqrt{13}$;

b) $\sqrt{18} + 7\sqrt{50}$;

c) $2\sqrt{20} - 3\sqrt{45}$.

Soluție:

a) $9\sqrt{13} - 5\sqrt{13} = \sqrt{13}(9-5) = 4\sqrt{13}$;

b) $\sqrt{18} + 7\sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 3^2} + 7\sqrt{2 \cdot 5^2} = 3\sqrt{2} + 35\sqrt{2} = \sqrt{2}(3+35) = 38\sqrt{2}$;

c) $2\sqrt{20} - 3\sqrt{45} = 2\sqrt{2^2 \cdot 5} - 3\sqrt{3^2 \cdot 5} = 4\sqrt{5} - 9\sqrt{5} = \sqrt{5}(4-9) = -5\sqrt{5}$.



Fixare * Însușirea cunoștințelor

1. Calculați oral:

a) $21 + (-17)$;

b) $(-19) + 12$;

c) $(-12) + (-27)$;

d) $(-14) + (-35)$;

e) $18 - (-20)$;

f) $14 - (-21)$;

g) $(-37) - (-9)$;

h) $(-61) - (-25)$.

2. Efectuați:

a) $2\frac{3}{8} + \left(-\frac{13}{6}\right)$;

b) $\left(-\frac{7}{4}\right) - 1\frac{3}{14}$;

c) $\left(-\frac{11}{12}\right) - 1\frac{4}{9}$;

d) $\left(-2\frac{1}{8}\right) + \frac{9}{10}$.

3. Calculați:

a) $3\frac{1}{4} + 0,25$;

b) $2,(6) - 4\frac{1}{3}$;

c) $2,8(3) - 3\frac{5}{8}$;

d) $1,2(7) - 1\frac{3}{4}$.

4. Calculați:

a) $7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \dots\dots\dots$; b) $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \dots\dots\dots$; c) $4\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = \dots\dots\dots$;

d) $8\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = \dots\dots\dots$; e) $4\sqrt{7} - 8\sqrt{7} = \dots\dots\dots$; f) $3\sqrt{6} - 9\sqrt{6} = \dots\dots\dots$;

g) $-\sqrt{2} - 13\sqrt{2} = \dots\dots\dots$; h) $-\sqrt{3} - 14\sqrt{3} = \dots\dots\dots$; i) $-10\sqrt{5} - \sqrt{5} = \dots\dots\dots$.

5. Calculați:

a) $2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$;

b) $4\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$;

c) $-\sqrt{5} - 23\sqrt{5} + 9\sqrt{5}$;

d) $-7\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + 5\sqrt{6}$;

e) $-4\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 7\sqrt{7}$;

f) $-2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$.

6. Calculați $x + y$ și $x - y$ dacă:

a) $x = 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$ și $y = -\sqrt{2} - 13\sqrt{2}$;

b) $x = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$ și $y = -6\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$;

c) $x = -2\sqrt{5} - 7\sqrt{5}$ și $y = 13\sqrt{5} - \sqrt{5}$;

d) $x = -7\sqrt{6} + 9\sqrt{6}$ și $y = 4\sqrt{6} - 8\sqrt{6}$.

7. Calculați:

a) $3\sqrt{8} + 5\sqrt{18}$;

b) $\sqrt{27} + 2\sqrt{12}$;

c) $\sqrt{20} - 4\sqrt{45}$;

d) $3\sqrt{24} - \sqrt{150}$; e) $\sqrt{28} - 12\sqrt{63}$; f) $-\sqrt{75} + 3\sqrt{48}$;
 g) $-\sqrt{98} + 5\sqrt{32}$; h) $\sqrt{125} - 6\sqrt{80}$; i) $-\sqrt{96} - 4\sqrt{54}$.

8. Calculați:

a) $1,25 - 0,3 + 2,1(6)$; b) $0,75 + 0,2(7) - 0,6$; c) $0,2(6) - 1,12 + 1,3$;
 d) $1,25 - 2,3 + 0,6(1)$; e) $-1,6 + 0,8 + 0,6(1)$; f) $-2,3 + 1,5 + 0,3(8)$.

9. Calculați:

a) $3\sqrt{18} - \sqrt{50} - 4\sqrt{32}$; b) $5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 2\sqrt{75}$; c) $3\sqrt{20} - 4\sqrt{45} + \sqrt{125}$;
 d) $\sqrt{54} - 3\sqrt{96} + 4\sqrt{150}$; e) $5\sqrt{28} + 2\sqrt{63} - 7\sqrt{175}$; f) $-7\sqrt{48} + 2\sqrt{108} + \sqrt{75}$.

10. Calculați:

a) $\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{5\sqrt{2}}{6}$; b) $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{4\sqrt{3}}{9}$; c) $-\frac{3\sqrt{5}}{4} - \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{7\sqrt{5}}{10}$;
 d) $-\frac{\sqrt{6}}{8} + \frac{5\sqrt{6}}{12} - \frac{2\sqrt{6}}{3}$; e) $-\frac{5\sqrt{6}}{9} + \frac{7\sqrt{6}}{18} - \frac{\sqrt{6}}{4}$; f) $-\frac{8\sqrt{3}}{15} - \frac{3\sqrt{3}}{9} + \frac{6\sqrt{3}}{5}$.

11. Calculați:

a) $4\sqrt{2} - 6\sqrt{5} - 8\sqrt{2} + 7\sqrt{5}$; b) $6\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 3\sqrt{5} - 9\sqrt{5}$;
 c) $-11\sqrt{2} - 5\sqrt{3} - \sqrt{2} + 7\sqrt{3}$; d) $-2\sqrt{6} + 12\sqrt{5} - \sqrt{6} - 4\sqrt{5}$.



Aplicare * Exersare

12. Calculați:

a) $4\sqrt{75} - \sqrt{98} + \sqrt{50} - 7\sqrt{27}$; b) $\sqrt{48} - \sqrt{80} + 3\sqrt{45} - 5\sqrt{12}$;
 c) $\sqrt{125} - 3\sqrt{24} - 4\sqrt{20} + \sqrt{54}$; d) $\sqrt{32} - 7\sqrt{18} + 3\sqrt{175} - \sqrt{63}$.

13. Aflați media aritmetică a următoarelor numere reale:

a) $10\sqrt{3}, 6\sqrt{3}$; b) $9\sqrt{5}, 17\sqrt{5}$; c) $\sqrt{7}, 15\sqrt{63}$; d) $7\sqrt{150}, \sqrt{6}$.



Dezvoltare (Putem mai mult)

14. Calculați:

a) $\frac{\sqrt{3}}{2,3} + \frac{\sqrt{3}}{1,25} - \frac{\sqrt{3}}{1,1(6)}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{1,(6)} - \frac{\sqrt{2}}{0,8(3)} + \frac{\sqrt{2}}{2,5}$; c) $\frac{4\sqrt{7}}{2,(6)} - \frac{\sqrt{7}}{2,5} - \frac{\sqrt{7}}{1,3(8)}$.

15. Determinați mulțimea:

$$A = \{ \overline{abcd} \mid \sqrt{\overline{abcd}} + \sqrt{\overline{bcd}} + \sqrt{\overline{cd}} = 105, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0 \}.$$

Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ	5
ALGEBRĂ	
CAPITOLUL I. MULȚIMI DE NUMERE REALE. INTERVALE	
Lecția 1. Mulțimi de numere	8
Lecția 2. Axa numerelor reale. Aproximări, rotunjiri. Compararea numerelor reale	10
Lecția 3. Valoarea absolută a unui număr real	12
Lecția 4. Intervale de numere reale. Operații cu intervale.....	15
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	18
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	19
CAPITOLUL II. REGULI DE CALCUL ÎN \mathbb{R}	
Lecția 5. Adunarea și scăderea numerelor reale.....	21
Lecția 6. Înmulțirea numerelor reale	24
Lecția 7. Împărțirea numerelor reale	26
Lecția 8. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale.....	29
Lecția 9. Raționalizarea numitorilor.....	31
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	35
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	36
CAPITOLUL III. CALCULE CU NUMERE REALE REPREZENTATE PRIN LITERE	
Lecția 10. Numere reale reprezentate prin litere. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere	38
Lecția 11. Înmulțirea numerelor reale reprezentate prin litere	40
Lecția 12. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale reprezentate prin litere.....	43
Lecția 13. Împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere	44
Lecția 14. Formule de calcul prescurtat	46
Lecția 15. Descompunerea în factori.....	49
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	52
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	54
CAPITOLUL IV. RAPOARTE DE NUMERE REALE REPREZENTATE PRIN LITERE	
Lecția 16. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere	56
Lecția 17. Amplificarea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	58
Lecția 18. Simplificarea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere.....	60
Lecția 19. Adunarea și scăderea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	62
Lecția 20. Înmulțirea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	65
Lecția 21. Împărțirea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	67
Lecția 22. Puterea cu exponent natural a rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere.....	69
Lecția 23. Operații cu rapoarte de numere reale reprezentate prin litere.....	71
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	75
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	77

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. PUNCTE, DREPTE, PLANE, CORPURI GEOMETRICE

Lecția 1. Determinarea dreptei. Determinarea planului	79
Lecția 2. Tetraedrul și piramida	82
Lecția 3. Prisma.....	85
Lecția 4. Pozițiile relative a două drepte în spațiu. Relația de paralelism în spațiu.....	89
Lecția 5. Unghiul a două drepte în spațiu.....	91
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	94
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	95
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	97

CAPITOLUL II. RELAȚII ÎNTRE PUNCTE, DREPTE ȘI PLANE

Lecția 6. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan.....	98
Lecția 7. Dreapta perpendiculară pe un plan. Distanța de la un punct la un plan.....	101
Lecția 8. Înălțimea piramidei. Apotema piramidei.....	104
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	106
Lecția 9. Pozițiile relative a două plane. Plane paralele	108
Lecția 10. Înălțimea prisme. Distanța dintre două plane paralele	110
Lecția 11. Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate.....	113
Lecția 12. Trunchiul de piramidă regulată	115
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	118
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	120
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	122

CAPITOLUL III. PROIECȚII ORTOGONALE PE UN PLAN

Lecția 13. Proiecții ortogonale pe un plan.....	123
Lecția 14. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Lungimea proiecției unui segment.....	126
Lecția 15. Teorema celor trei perpendiculare. Distanța de la un punct la o dreaptă.....	128
Lecția 16. Unghiul plan corespunzător unui unghi diedru. Unghiul dintre două plane.....	131
Lecția 17. Plane perpendiculare	134
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	136
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	138
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	140

MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I	141
--	-----

MODELE DE TESTE DE EVALUARE NAȚIONALĂ	143
--	-----

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	148
--------------------------------------	-----