

ARTUR BĂLĂUCĂ

CĂTĂLIN BUDEANU

MONICA SAS

# ARITMETICĂ

CLASA a V-a

○ În conformitate cu noua programă de matematică



Editura TAIDA  
- IAȘI -

– CUPRINS –

*Breviar Enunțuri Soluții*  
(pag.) (pag.) (pag.)

**PREFAȚĂ**

<b>TESTE INIȚIALE. Testul 1, Testul 2, Testul 3 .....</b>	<b>9</b>	<b>323</b>
---	----------	------------

**Capitolul I. NUMERE NATURALE**

I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale .....	11	323
I.2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări .....	18	324

**Operații cu Numere Naturale**

I.3. Adunarea numerelor naturale; proprietăți .....	27	325
I.4. Scăderea numerelor naturale .....	34	326
I.5. Înmulțirea numerelor naturale; proprietăți; factor comun .....	40	327
I.6. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale; împărțirea cu rest a numerelor naturale .....	51	330
<b>Testul 4, Testul 5 .....</b>	<b>61</b>	<b>331</b>

I.7. Puterea cu exponent natural a unui număr natural; reguli de calcul cu puteri; compararea puterilor .....	62	331
I.8. Scrierea în baza 10; scrierea în baza 2 (fără operații) .....	68	333
I.9. Pătratul unui număr natural; pătrate perfecte. Cubul unui număr natural. Ultima cifră a unui număr natural pătrat perfect (extinderi) .....	73	333

<b>Testul 6, Testul 7 .....</b>	<b>76</b>	<b>334</b>
---------------------------------	-----------	------------

I.10. Ordinea efectuării operațiilor; utilizarea parantezelor: rotunde, pătrate și acolade .....	77	334
---	----	-----

<b>Testul 8, Testul 9 .....</b>	<b>85</b>	<b>334</b>
---------------------------------	-----------	------------

I.11. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor .....	86	
I.11.1. Metoda reducerii la unitate .....	86	335
I.11.2. Metoda comparației .....	87	335
I.11.3. Metoda figurativă .....	90	335
I.11.4. Metoda mersului invers .....	94	336
I.11.5. Metoda falsei ipoteze (presupunerii) .....	100	336

<b>Testul 10 .....</b>	<b>102</b>	<b>337</b>
------------------------	------------	------------

I.12. Divizibilitatea numerelor naturale .....	103	
--	-----	--

I.12.1. Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni .....	103	337
---	-----	-----

I.12.2. Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, $10^n$ , 3 și 9 .....	108	338
--	-----	-----

I.12.3. Numere prime; numere compuse .....	114	339
--	-----	-----

<b>Testul 11 .....</b>	<b>116</b>	<b>339</b>
------------------------	------------	------------

I.13. Numere naturale. Recapitulare pentru lucrarea scrisă pe semestrul I .....	117	340
--	-----	-----

## **Capitolul II. FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE**

### **FRACȚII ORDINARE**

II.1.1. Reprezentarea fracțiilor cu ajutorul unor desene .....	127	343
II.1.2. Frații echiunitare, subunitare, supraunitare .....	132	344
II.1.3. Procente .....	135	344
II.1.4. Frații echivalente (egale) .....	136	345
II.2. Compararea fracțiilor cu același numitor/numărător; reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare .....	140	345
II.3. Scoaterea întregilor dintr-o fracție. Introducerea întregilor într-o fracție .....	143	345
II.4. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale (fără algoritm). Amplificarea și simplificarea fracțiilor; fracții ireductibile .....	145	346
II.5. Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale (fără algoritm); aducerea fracțiilor la un numitor comun .....	151	347
II.6. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare .....	154	347
II.7. Înmulțirea fracțiilor, puteri; împărțirea fracțiilor .....	159	348
II.8. Frații/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară .....	162	349
II.9. FRACȚII ORDINARE. PROBLEME RECAPITULATIVE	168	350
<i>Testul 12</i> .....	172	351
<b>VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU TEZA PE SEMESTRUL I</b>	173	351
<i>Testul 13, Testul 14, Testul 15, Testul 16, Testul 17</i> .....	173	351
<b>FRACȚII ZECIMALE</b>		
II.10. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule în fracție ordinară .....	177	352
II.11. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule; aproximări .....	183	353
II.12. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale .....	188	353
<i>Testul 18</i> .....	195	355
II. 13. Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule .....	196	356
II.13.1. Înmulțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule cu $10^n$ , unde $n$ este număr natural .....	196	356
II.13.2. Înmulțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule cu un număr natural .....	197	356
II.13.3. Înmulțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule .....	198	356
II.13.4. Ridicarea la putere cu exponent natural a unei fracții zecimale nenule (extinderi) .....	201	357
<i>Testul 19</i> .....	203	357
II.14. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală; transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală, periodicitate .....	204	357

II.15. Media aritmetică a două sau a mai multor numere naturale .....	208	358
II.16. Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul; împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule .....	211	358
II.17. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracții ordinare .....	217	359
II.18. Număr rațional pozitiv .....	218	360
II.19. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive .....	221	360
<i>Testul 20, Testul 21</i> .....	227	361
II.20. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare .....	229	361
II.20.1. Metoda figurativă .....	229	361
II.20.2. Metoda reducerii la unitate.....	230	362
II.20.3. Metoda comparației.....	231	362
II.20.4. Metoda mersului invers .....	232	363
II.20.5. Metoda falsei ipoteze.....	233	364
II.21. Probleme de organizare a datelor: frecvența; date statistice, organizate în tabele, grafice cu bare și/sau cu linii; media unui set de date statistice .....	233	364
II.22. <b>FRAȚII ZECIMALE. PROBLEME RECAPITULATIVE</b> .....	237	365
<i>Testul 22, Testul 23</i> .....	242	366
<b><i>Capitolul III. ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ</i></b>		
III.1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment (descriere, reprezentare, notații) .....	244	367
III.2. Pozițiile relative ale unui punct față de dreaptă; puncte coliniare; „prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una”; pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele .....	249	367
III.3. Distanța dintre două puncte; lungimea unui segment; segmente congruente (construcție); mijlocul unui segment; simetricul unui punct față de un punct .....	255	368
<i>Testul 24</i> .....	263	370
III.4. Unghi: definiție, notații, elemente; interiorul unui unghi, exteriorul unui unghi; unghi nul; unghi propriu; unghiuri cu laturile în prelungire (unghi alungit) .....	265	370
III.5. Măsura unui unghi, unghiuri congruente (măsurarea și construcția cu raportorul); clasificări de unghiuri: unghi drept, unghi ascuțit, unghi obtuz .....	269	371
III.6. Calcule cu măriri de unghiuri exprimate în grade, minute și secunde, sexagesimale (extinderi) .....	275	371
III.7. Figuri congruente (prin suprapunere); axa de simetrie (prin suprapunere) .....	277	372

<i>Testul 25, Testul 26</i> .....	281	372
III.8. Unități de măsură pentru lungime; transformări; aplicații; perimetre .....	283	372
III.9. Unități de măsură pentru arie; aplicații; transformări; aria pătratului, dreptunghiului .....	290	373
III.10. Unități de măsură pentru volum; aplicații; transformări; volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic .....	299	374
III.11. Elemente de geometrie și unități de măsură. Probleme recapitulative .....	305	375
<i>Testul 27</i> .....	310	377
<i>Capitolul IV. VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU TEZA PE SEMESTRUL AL II-LEA</i>		
<i>Testul 28, Testul 29, Testul 30</i> .....	311	377
<i>Capitolul V. RECAPITULARE FINALĂ</i>		
<i>Testele 31 - 37</i> .....	314	379
<i>Bibliografie selectivă</i> .....	322	



**Editura Taicăda**  
 Succesul tău începe cu noi.

## TESTE INIȚIALE



### Test 1 (inițial)

#### PARTEA I

#### Completați spațiile punctate:

1. Scris cu cifre numărul natural trei milioane trei sute trei este ..... (5p) (nota 5)
2. Cel mai mic număr natural care are șase cifre distincte este ..... (5p) (nota 5)
3. Cel mai mic număr natural, care este mai mare decât 2004 este ..... (5p) (nota 5)
4. Rezultatul calculului este:  
a)  $567 + 2009 = \dots\dots\dots$  (5p) (nota 5)    c)  $72 \cdot 12 = \dots\dots\dots$  (5p) (nota 5)  
b)  $4002 - 1993 = \dots\dots\dots$  (5p) (nota 5)    d)  $6318 : 9 = \dots\dots\dots$  (5p) (nota 5)

#### PARTEA a II -a

#### La problemele următoare scrieți rezolvările complete:

5. Aflați  $x$  din: a)  $2305 - x = 299$ ; (5p) (nota 5)  
b)  $[5 \cdot (5x - 5) - 120] \cdot 5 - 25 = 125$ . (10p) (nota 9)
6. Calculați: a)  $159 \cdot 2005 + 2005 \cdot 42 - 2005$ ; (10p) (nota 7)  
b)  $[42 - 8 : (240 : 6 - 216 : 6)] : 4$ . (10p) (nota 9)
7. Dănuț și Alina au împreună 685 de nuci. Știind că Alina are cu 413 nuci mai multe decât Dănuț, aflați câte nuci au fiecare. (10p) (nota 7)
8. Suma a trei numere naturale este 366. Împărțind al doilea număr la primul se obține câtul 2 și restul 7; împărțind al treilea număr la al doilea se obține câtul 2 și restul 2. Aflați cele trei numere. (10p) (nota 10)

**Timp de lucru: 50 minute. Se acordă 10 puncte din oficiu.**



### Test 2 (inițial)

#### PARTEA I

#### Scrieți numai rezultatele:

1. Completați spațiile libere:  
a) Dintre numerele 1908 și 1098 mai mare este ..... (5p) (nota 5)  
b) Diferența dintre triplul numărului 23 și dublul acestuia este ..... (5p) (nota 5)  
c) Cel mai mare număr natural de patru cifre distincte este ..... (5p) (nota 5)
2. Rezultatul calculului este:  
a)  $207 + 908$ ; .....    b)  $1001 - 982$ ; ..... (5p) (nota 5)  
c)  $15 \cdot 81$ ; .....    d)  $2575 : 5$ ; ..... (5p) (nota 5)  
e)  $87 - 87 : 87 - (100 - 100 : 5)$ . ..... (5p) (nota 5)
3. Valoarea lui  $x$  este:  
a)  $x + 12 = 101$  .....    b)  $x \cdot 3 = 186$  ..... (5p) (nota 5)  
c)  $x : 5 = 125$  .....    d)  $225 : x = 5$  ..... (5p) (nota 5)

# Capitolul I

## NUMERE NATURALE

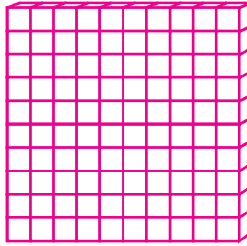
### I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale.



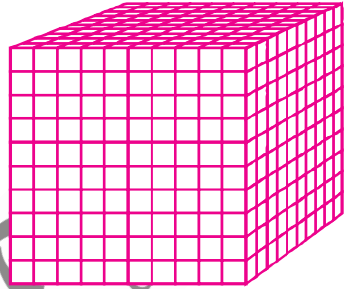
Să recapitulăm:



10 unități formează o zece



10 zeci formează o sută



10 sute formează o mie



Să observăm tabelul de numerație:

Clasa milioaneilor	Clasa miilor			Clasa unităților			Clasa
	6	5	4	3	2	1	
7							
Unități de milioane	sute de mii	zeci de mii	unități de mii	sute	zeci	unități	Ordinul
	3	2	0	1	4	5	
	8	7	3	0	1	5	
	1	3	0	0	0	1	
2	0	0	0	0	0	0	
9	7	3	2	1	0	4	

➤ Ordinele sunt grupate în clase. Fiecare clasă este formată din trei ordine consecutive începând cu 1.

**Scriem**

320 145  
9732104

**Citim**

trei sute douăzeci de mii una sută patru zeci și cinci  
nouă milioane șapte sute trei zeci și două de mii una sută patru.



**Rețineți!**

Se citesc de la stânga la dreapta; sutele, zecile și unitățile fiecărei clase, apoi numele clasei respective.

**Exemplu:**



**Exemplu:** Numărul 25 are ca predecesor pe 24 și ca succesor pe 26.

- Numerele naturale  $n$  și  $n + 1$  se numesc **numere consecutive**.
- Numărând din 2 în 2, pornind de la 0, obținem șirul **numerelor pare**:  
0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; ...; 30; 32; ...; 100; 102; ...
- În general un număr par este de forma  $2 \cdot n$ , unde  $n$  este număr natural.
- Numerele pare au cifra unităților una din cifrele: 0; 2; 4; 6 sau 8.
- Șirul numerelor naturale pare este tot **infini**t.
- Numărând din 2 în 2, pornind de la 1, obținem șirul numerelor **naturale impare**:  
1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; ...; 41; 43; 45; ...; 101; 103; 105; ...
- În general un număr impar este de forma  $2 \cdot n + 1$ , unde  $n$  este număr natural.
- Numerele din șirul numerelor naturale impare au cifra unităților 1, 3, 5, 7 sau 9.
- Șirul numerelor naturale impare este tot **infini**t.

**Să rezolvăm:**

1. Victor, numărând din 2 în 2, a ajuns la numărul 384. De la care dintre următoarele numere a pornit: 157; 182; 179; 171.

**Rezolvare:** Victor a pornit de la 182, deoarece ajunge la un număr par.

2. Câte numere pare și câte numere impare se află între: a) 1 și 40; b) 3 și 52; c) 0 și 20.

**Rezolvare:** a) 19 pare și 19 impare; b) 24 pare și 24 impare; c) 9 pare și 10 impare.

3. Scrieți toate numerele pare de trei cifre distincte folosind cifrele: 0; 3; 4.

**Rezolvare:** 304; 430; 340.

4. Dintre patru numere naturale consecutive unul este 12. Care sunt celelalte numere?

**Rezolvare:** 12; 13; 14; 15 sau 11; 12; 13; 14 sau 10; 11; 12; 13 sau 9; 10; 11; 12.



### EXERCITII ȘI PROBLEME

1. Citiți numerele: 8 302 010; 300 405; 51 004; 10 340 505; 10 001. (nota 5)
2. Scrieți cu cifre numerele formate din: a) 15 unități din clasa miilor și 127 unități din clasa unităților; b) 564 unități din clasa milioane, 19 unități din clasa miilor și 383 unități din clasa unităților. (nota 5)
3. Scrieți cu cifre numerele care să fie egale cu: a) 3 unități de ordinul al 7-lea, 5 unități de ordinul al 5-lea, 4 unități de ordinul al 3-lea, o unitate de ordinul al 2-lea și 6 unități de ordinul 1; b) 3 unități de ordinul al 9-lea, 6 unități de ordinul al 8-lea, 2 unități de ordinul al 5-lea, 7 unități de ordinul al 4-lea și o unitate de ordinul al 3-lea. (nota 5)
4. Scrieți cu cifre numerele: a) douăzeci și cinci; b) două sute cinci; c) două mii cinci; d) două sute de mii cinci; e) două milioane douăzeci de mii douăzeci și cinci. (nota 5)
5. Scrieți cu cifre numerele: 41 milioane 14 mii 11; 1 milion 1 mie 1; 505 mii 550; 10 milioane 10 mii 10; 99 milioane 90 mii 9 sute; 857 milioane 117 mii 153; 100 milioane 100. (nota 5)
6. Fie numărul 91 765. a) Plasați cifra 2 între două cifre pentru a putea obține cel mai mare număr; b) Plasați cifra 4 între două cifre pentru a obține cel mai mic număr. (nota 5)
7. Scrieți numerele formate din sute, zeci și unități care au cifra sutelor egală cu cifra unităților. (nota 5)
8. Găsiți numerele naturale formate din trei cifre care au cifra zecilor triplul numărului care reprezintă cifra unităților. (nota 7)

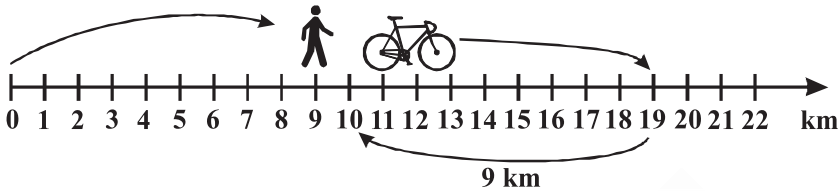


## I.4. Scăderea numerelor naturale.

### Să recapitulăm:



◆ Eugen a plecat cu bicicleta la bunica sa care locuiește într-o localitate situată la 19 km de locuința sa. Când s-a întors acasă, după 9 km bicicleta s-a defectat. Câți kilometri mai are de parcurs Eugen până acasă?



19 km – 9 km = 10 km. Eugen mai are de parcurs 10 km.

◆ La un depozit de fructe s-au adus 4759 kg de prune și 2517 kg de mere. S-au distribuit spre vânzare 2543 kg de prune și 763 kg de mere. Ce cantități de prune și de mere au rămas în depozit?

### Rezolvare:

$$\begin{array}{r} 4759 \\ - 2543 \\ \hline 2216 \end{array}$$

- s-au scăzut unitățile  $9 - 3 = 6$ ;
- s-au scăzut zecile  $5 - 4 = 1$ ;
- s-au scăzut sutele  $7 - 5 = 2$ ;
- s-au scăzut miile  $4 - 2 = 2$ .

$$\begin{array}{r} 2517 \\ - 763 \\ \hline 1754 \end{array}$$

- s-au scăzut unitățile  $7 - 3 = 4$ ;
- 1 – 6 nu se poate efectua!
- se ia o sută din cele 5 și se transformă în 10 zeci, iar cifra zecilor este egală cu  $11 - 6 = 5$ ;
- 4 – 7 nu se poate efectua!
- se ia o mie din cele două și se transformă în 10 sute, iar cifra sutelor este egală cu  $14 - 7 = 7$ ;
- cifra miilor ( $2 - 1 = 1$ ).

În depozit au rămas 2216 kg de prune și 1754 kg de mere.



### Să ne amintim:

$$35 - 18 = 17 \quad \leftarrow \text{diferență}$$

descăzut    scăzător

Clasa milioaneilor			Clasa miilor			Clasa unităților		
s	z	u	s	z	u	s	z	u
			8	4	5	2	1	3
			3	7	2	8	0	5
			4	7	2	4	0	8

+

Clasa milioaneilor			Clasa miilor			Clasa unităților		
s	z	u	s	z	u	s	z	u
		3	0	0	0	0	0	0
			7	8	4	0	1	8
		2	2	1	5	9	8	2

-



### Să observăm:

Victor are 350 lei, iar Andrei 285 lei.  
Ei dau banii mamei lor ca să-i păstreze.  
Ce suma a primit mama de la cei doi copii?

### Rezolvare:

$$350 \text{ lei} + 285 \text{ lei} = 635 \text{ lei.}$$

Mama are 635 lei, din care îi dă lui Victor 350 lei, ceilalți bani păstrându-i pentru Andrei. Ce sumă va primi Andrei?

*Rezolvare:*

$$635 \text{ lei} - 350 \text{ lei} = 285 \text{ lei.}$$

$$\begin{array}{ccc} 350 + 285 = 635 & 285 = 635 - 350 & 350 = 635 - 285 \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow & \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow & \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \text{În general: } a + b = c & b = a - c & a = c - b \end{array}$$

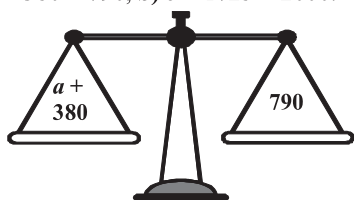
**Concluzie:** ➤ Scăderea este operația **inversă** adunării.  
➤ Proba adunării se face prin adunare sau prin scădere.

### Cum aflăm termenul necunoscut?

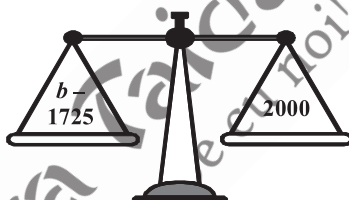
#### Metoda balanței

Aflați termenul necunoscut:

**a)**  $a + 380 = 790$ ; **b)**  $b - 1725 = 2000$ .



Scădem 380 din numerele de pe ambele talere ale balanței.



Adunăm 1725 la numerele de pe ambele talere ale balanței.



$$a = 790 - 380 = 410.$$



$$b = 1725 + 2000 = 3725.$$

Aflați termenul necunoscut:

$$a + 357 = 785;$$

$$b - 384 = 215;$$

$$845 - c = 456.$$

*Rezolvare:*

$$a = 785 - 357 = 428;$$

$$b = 215 + 384 = 599;$$

$$c = 845 - 456 = 389.$$

### EXERCITII ȘI PROBLEME

1. Calculați, apoi faceți proba:

**a)**  $758 - 235$ ;

**e)**  $723662 - 4715$ ;

**i)**  $350\,122 + 19\,989$ ;

**b)**  $15709 - 4253$ ;

**f)**  $137504 - 23857$ ;

**j)**  $9\,463\,229 + 981\,215$ ;

**c)**  $2009 - 1578$ ;

**g)**  $754\,392 - 65\,404$ ;

**k)**  $576\,123 - 37\,805$ ;

**d)**  $1763 - 351$ ;

**h)**  $489\,564 + 510\,436$ ;

**l)**  $28531 - 19643$ . (nota 5)

2. Verificați egalitățile: **a)**  $2131 + 245 = 5\,437 - 3\,061$ ; **b)**  $15 + (13 + 21) = 75 - 26$ ;

**c)**  $203 + 25 + 13 = 105 + 89 - 3$ . (nota 5)

## II. 17. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară

**Cum scriem fracțiile zecimale periodice ca fracții ordinare?**

**Exemple:**

$$0, (15) = \frac{15}{99} = \frac{5}{33}; \quad 1, (233) = 1 \frac{233}{999};$$

$$10,5(12) = 10 \frac{512-5}{990} = 10 \frac{507}{990};$$

$$7,13(7) = 7 \frac{137-13}{900} = 7 \frac{124}{900} = 7 \frac{31}{225}$$

$$\begin{array}{r} 5,0000\dots \left| \frac{33}{99} \right. \\ \underline{50} \\ 33 \\ \underline{170} \\ 165 \\ \underline{=50} \\ 33 \\ \underline{170} \\ 165 \\ \underline{=5} \end{array}$$

**În general:**

➤ **Fracția zecimală cu un număr finit de zecimale nenule** este egală cu numărul de întregi, urmat de fracția care are la numărător numărul natural format din partea zecimală, iar la numitor numărul  $10^n$ , unde  $n$  este egal cu numărul cifrelor părții zecimale.

$$\overline{p, a_1 a_2 \dots a_n} = p \frac{a_1 a_2 \dots a_n}{10^n}.$$

➤ **Fracția zecimală periodică simplă** este egală cu numărul de întregi, urmat de fracția care are la numărător numărul natural format din perioada fracției, iar la numitor numărul natural format din atâtea cifre de 9, câte cifre are perioada fracției.

$$\overline{k, (b_1 b_2 \dots b_n)} = k \frac{b_1 b_2 \dots b_n}{\underbrace{99 \dots 9}_{n \text{ cifre}}}.$$

➤ **Fracția zecimală periodică mixtă** este egală cu numărul de întregi, urmat de fracția care are la numărător diferența dintre numărul natural situat după virgulă, fără paranteză și numărul natural cuprins între virgulă și paranteză (partea **neperiodică**), iar la numitor numărul format din atâtea cifre de 9, câte cifre are partea periodică, urmate de atâtea zerouri câte cifre are partea zecimală neperiodică.

$$\overline{q, c_1 c_2 c_3 \dots c_n (d_1 d_2 \dots d_m)} = q \frac{c_1 c_2 \dots c_n d_1 d_2 \dots d_m - c_1 c_2 c_3 \dots c_n}{\underbrace{99 \dots 9}_{m \text{ cifre}} \underbrace{00 \dots 0}_{n \text{ cifre}}}, \text{ dacă } c_1 \neq 0.$$

### EXERCIȚII ȘI PROBLEME

1. Copiați pe caiet următorul tabel, apoi completați-l după modelul dat:

$0, (3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	$0, (7) =$	$1, (6) =$	$12, (3) =$	$3, (18) =$	$123, (49) =$
--------------------------------------	------------	------------	-------------	-------------	---------------

(nota 5)

2. Transformați în fracții ordinare ireductibile, după modelul dat:

a)  $1, 1(6) = 1,1(6) = 1 \frac{16-1}{90} = 1 \frac{15}{90} = 1 \frac{1}{6}$ ; b)  $0, 1(36)$ ; c)  $11, 24(3)$ ;

d)  $14, 123(6)$ ; e)  $0, 010(36)$ ; f)  $2, (102)$ ; g)  $0,045(6)$ .

(nota 7)

3. Fie fracția zecimală  $n = 1,13(256)$ .

a) Care este a 100-a zecimală a lui  $n$ ?

b) Aflați suma primelor 100 de zecimale ale fracției  $n$ .

c) Transformați fracția  $n$  în fracție ordinară ireductibilă.

(nota 7)

4. Aflați a 2017-a zecimală a numărului  $\frac{5}{21}$ .

(nota 9)

5. Transformați în fracții ordinare:

0,(4); 1,(2); 0,(36); 4,(45); 12,(123); 0,2(3); 0,0(5); 1,1(6); 3,1(24); 4,1(523); 20,1(345).

Exemple:  $1,(78) = 1\frac{78}{99} = \frac{177}{99} \stackrel{(3)}{=} \frac{59}{33}$ ;  $1,1(26) = 1\frac{126-1}{990} = 1\frac{125}{990} = \frac{1115}{990} \stackrel{(5)}{=} \frac{223}{198}$ .

(nota 7)

6. Transformați în fracții ordinare: a) 0,(8); 2,(34); 0,(01); 5,(1997); b) 0,1(2); 4,32(1); 5,4(321); 0,00(7); c) 0,(15); 1,1(3); 0,17(01); 0,01(05); d) 0,888...; 1,12450450...; 0,123123...; 13,14545... .

(nota 9)

## II. 18. Număr rațional pozitiv



### Observații:

Amplificând pe rând fracția  $\frac{2}{3}$  cu numerele naturale 2; 3; 4;

5; 6; 7;... se obțin fracțiile:  $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \frac{14}{21}, \dots$

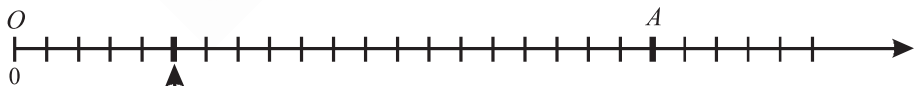
Câte fracții obținem?

### Concluzie:

Deoarece avem oricât de multe numere naturale, există .....

oricât de multe fracții egale cu  $\frac{2}{3}$ , obținute prin amplificare.

• Victor reprezintă pe axa numerelor fracțiile:  $\frac{1}{4}; \frac{2}{8}; \frac{3}{12}; \frac{4}{16}; \frac{5}{20}$  și observă că fiecărei fracții îi corespunde același punct. De ce?



$$\frac{1}{4}; \frac{2}{8}; \frac{3}{12}; \frac{4}{16}; \frac{5}{20}$$

Răspuns: Frațiile sunt egale (echivalente)

➤ Orice fracție, dintr-un șir de fracții egale, reprezintă același număr, pe care-l numim număr rațional. Mulțimea numerelor raționale se notează cu  $\mathbb{Q}$ .

➤ Orice fracție din șirul fracțiilor echivalente de mai sus este un reprezentant al numărului rațional  $\frac{2}{3}$ .

## EXERCITII ȘI PROBLEME

1. a) Scrieți zece fracții echivalente cu fracția  $\frac{1}{2}$ .
- b) Câte fracții echivalente cu  $\frac{1}{2}$  există? (nota 7)
2. Scrieți șapte fracții echivalente cu fracția  $\frac{12}{18}$ . Câte fracții echivalente cu  $\frac{12}{18}$  există? (nota 7)
3. a) Fie fracția  $\frac{3}{5}$ , scrieți alte șase fracții echivalente cu aceasta.
- b) Scrieți câte cinci fracții, echivalente cu:  $\frac{3}{4}; \frac{5}{1}; \frac{6}{4}; \frac{12}{3}; \frac{4}{11}; \frac{1}{5}$ . (nota 7)
4. Scrieți fracțiile echivalente cu fracția  $\frac{4}{5}$  care au numitorul un număr natural cuprins între 30 și 60. (nota 7)
5. PITICII LUI PETER PAN.

În tabelul alăturat este reprezentată cantitatea de aur transportată de spiridușii lui Peter Pan.

Numele	Spiridușul Pădurii	Spiridușul Lacului	Spiridușul Câmpiei	Spiridușul Pământului	Spiridușul Livezilor	Spiridușul Florilor	Spiridușul Lupilor	Spiridușul Iepurilor
Cantitatea de aur (kg)	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{14}{18}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{25}{10}$	$\frac{12}{48}$	$\frac{6}{18}$

Scrieți spiridușii care transportă aceeași cantitate. (nota 7)

6. Completați spațiile punctate:
- a) Frațiile ordinare  $\frac{1}{5}; \frac{2}{10}; \frac{3}{15}; \frac{4}{20}; \frac{5}{25}$  se scriu ca fracții zecimale astfel .....
- b) ele se reprezintă pe axa numerelor prin același ..... (nota 7)
7. a) Frațiile ordinare  $\frac{4}{5}; \frac{8}{10}; \frac{20}{25}; \frac{40}{50}; \frac{24}{30}$  sunt .....
- b) ele se reprezintă pe axa numerelor prin același ..... (nota 7)
8. Găsiți o fracție echivalentă cu fracția  $\frac{13}{12}$  care are suma dintre numărător și numitor egală cu 100. (nota 7)
9. Găsiți fracțiile echivalente din șirul de fracții:  $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{6}{8}; \frac{10}{12}; \frac{25}{30}; \frac{30}{40}; \frac{40}{80}; \frac{9}{18}; \frac{9}{12}; \frac{15}{18}; \frac{15}{20}; \frac{35}{42}; \frac{27}{36}; \frac{60}{120}; \frac{60}{80}; \frac{60}{72}$ . (nota 7)

# Capitolul IV

## VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU TEZA PE SEMESTRUL AL II-LEA

### Test 28 (Varianta 1)

#### I. Completați spațiile punctate

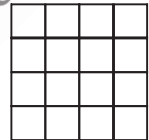
1. Calculați: **a)**  $3,152 + 1,257 - 2,89$ ; **b)**  $13,12 \cdot 13$ . (5p) (nota 5)

2. Ordonăți crescător fracțiile zecimale: 0,12; 5,123; 3,145; 2,5; 4,6; 0,132; 8,9; 5,1234; 0,123; 2,56. (5p) (nota 5)

3. Rezultatul calculului  $(0,34 \cdot 5 + 1,17 \cdot 5 + 5 \cdot 2,49) : 10^7$  este ..... (nota 5)

4. Desenați segmentul  $AB = 5$  cm, apoi desenați punctul  $C$ , simetricul punctului  $B$  față de punctul  $A$ . Lungimea segmentului  $BC$  este egală cu ..... (5p) (nota 5)

5. Suma tuturor lungimilor laturilor pătratelor din figura alăturată este 4 m. Lungimea laturii celui mai mare pătrat este egală cu ..... (10p) (nota 5)



6. Desenați unghiul drept  $\sphericalangle AOB$  și semidreapta  $OC$  astfel încât  $\sphericalangle AOC = 25^\circ$ . Măsura  $\sphericalangle BOC$  este egală cu ..... (10p) (nota 5)

7. Considerăm următoarele unghiuri:

$\sphericalangle A = 32^\circ$ ;  $\sphericalangle B = 58^\circ$ ;  $\sphericalangle C = 90^\circ$ ;  $\sphericalangle D = 110^\circ$ ;  $\sphericalangle E = 0^\circ$ ;  $\sphericalangle F = 10^\circ$ ;  $\sphericalangle G = 130^\circ 25'$ ;  $\sphericalangle H = 173^\circ$ ;  $\sphericalangle I = 180^\circ$ ;  $\sphericalangle J = 89^\circ 60'$ .

Copiați pe foaia de teză tabelul următor și completați-l după model:

Unghiuri:				
nule	ascuțite	drepte	obtuze	alungite
	$\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle F$ .			

(5p) (nota 7)

8. Victor are 1200 lei. Îi dă sorei sale 25% din sumă, iar pentru o excursie în munții Ceahlău dă 20% din rest. Lui Victor îi rămâne suma de ..... lei. (5p) (nota 7)

#### II. Scrieți rezolvările complete

9. Calculați:  $(0,12 \cdot 1,25 + 1,4 \cdot 0,3) \cdot (913,5 : 3 - 6,25 : 0,025)$ .

(10p) (nota 7)

10. Cei 25 de elevi din clasa lui Ionel au obținut la sfârșitul semestrului al II -lea următoarele medii la matematică: 4; 7; 8; 10; 9; 8; 8; 7; 8; 6; 5; 9; 10; 8; 9; 10; 7; 8; 8; 8; 10; 9; 9; 8; 6.

a) Reprezentați datele în tabelul următor:

media	4	5	6	7	8	9	10
numărul de elevi	1	1	2	3	9	5	4

## REZULTATE; INDICAȚII; SOLUȚII; COMENTARIU

**Teste inițiale. Test 1** 1. 3000303. 2. 102345. 3. 2005. 4. a) 2576; b) 2009; c) 864; d) 702.  
5. a) 2006; b) 7. 6. a) 401000; b) 10. 7. 136 și 549. 8. 49, 105, 212.

**Test 2** 1. a) 1908; b) 23; c) 9876; 2. a) 1115; b) 19; c) 1215; d) 515; e) 6. 3. a) 89; b) 62;

c) 625; d) 45. 4. 9. 5. a)  $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ ; b)  $\frac{3}{8}$ . 6. 80 de pagini. 7. 270, 302 și 135. 8. a) 27 și 33;

b)  $6 \cdot 99 + 3 = 597$ ; c)  $(6 \cdot 0 + 3) + (6 \cdot 1 + 3) + \dots + (6 \cdot 49 + 3) = 6 \cdot (1 + 2 + \dots + 49) + 3 \cdot 50 = 6 \cdot 49 \cdot 50 : 2 + 150 = 150(49 + 1) = 7500$ .

**Test 3** 1. 114; 122; 141; 212; 221; 411. 2. 102; 111; 120; 201; 300; 210. 3.  $(7183 + 2752) \cdot (485 - 475) = 9935 \cdot 10 = 99350$ . 4. a) 2686; b) 6811; c) 6036; d) 494; e) 223. 5. 1022 și 1024. 6. 28; 30 și 32. 7.  $(x - 27) \cdot 3 + 10 = 100$ , de unde  $x = 57$ . 8. 9 mînji; 36 de vițe și 54 miei.

**CAPITOLUL I: I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale.** 2. a) 15127; b) 564 019 383. 3. b) 360 027 100. 6. a) 921 765; b) 914765. 8. 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 131, 162, 193, 231, 262, 293, ..., 993. 9. 321; 642; 963. 10. 24, 27, 29, 42, 47, 49, 72, 74, 79, 92, 94, 97. 11. Sunt 18 numere. 12. 18. 13. a) 100; b) 90. 14. 208 pagini. 15. a) 49, 9, 63, 11; b) 8, 9, 70, 80. c) 30, 16, 15, 28. 16. Se observă că  $1 + 2010 = 2011$ ;  $2 + 2009 = 2011$ ;  $3 + 2008 = 2011$  etc. Lui 375 îi corespunde  $2011 - 375 = 1636$  etc. 17. a) Observăm că lui 13 îi corespunde răsturnatul numărului  $19 = 13 + 6$ ; lui 15 îi corespunde răsturnatul numărului  $21 = 15 + 6$  etc.

b)

205	210	215	220
5	10	15	20

2025	2030	2035
1825	1830	1835

18. Observăm că lui 2 îi corespunde  $2 \cdot 2 + 2 = 6$ ; lui 3 îi corespunde  $3 \cdot 3 + 3 = 11$ ; lui 9 îi va corespunde  $9 \cdot 9 + 9 = 90$  etc. 19. a) Lui 9 îi corespunde 10, lui 11 îi corespunde 12; lui 23 îi corespunde 24 etc. b) Lui 1 îi corespunde  $1 \cdot 5 = 5$ ; lui 2 îi corespunde  $2 \cdot 5 = 10$ ; lui 3 îi corespunde  $3 \cdot 5 = 15$ ; lui 8 îi va corespunde  $8 \cdot 5 = 40$ ; etc. lui 200 îi corespunde  $200 : 5 = 40$ . etc. 20. a) 2 814; b) 185; c) 296; d) 1. 21. a) 1 099; b) 2 406. 22. 180 și, respectiv, 280 ori. 23. 1935 = MCMXXXV, 1956 = MCMLVI. 24. Exemplu: XCVII = 97. 25. a) XXIV, XLV, XXXIX, LXVII, LXXXVIII, CMI, MCCXXX, MCCCLIX. 26. a) 24; 1943; 95; 474; 642; b) MCMXLV etc. 27.  $4 \cdot 10 + 8$ ,  $5 \cdot 10 + 6$ ,  $1 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 3$  etc. 28. a) 10 și 99; b) 100 și 999; c) 1000 și 9999; d) 111 și 999; e) 1130 și 9938; f) 1023 și 9876. 29. a)  $a = 3$ ,  $b = 7$ ; b)  $x = y$ ,  $\overline{x3y}$  poate fi 131, 232, 333, 434, 535, 636, 737, 838, 939. c)  $a = b = c$ ,  $\overline{abc}$  poate fi: 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999. 30.  $a = c$ . În total 90 de numere. 31.  $1 + 2 + a = 1 \cdot 2 \cdot a$ .  $a = 3$ . 32. a) Cel mai mic număr rămas este 1234510. b) Cel mai mare număr este 5678910. 33. 400044 și 444000; b) 400444 și 444400. 34. a) 18903452; 18923450; 18903456; 18963450; 18903457; 18973450; 18923456; 18963452; 18923457; 18973452; 18963457; 18973456; etc. 35. Deoarece  $400 < \overline{4ab}$  rezultă că  $a$  și  $b$  sunt cifre nenule:  $b = 1$  implică  $a = 3$ ;  $b = 2$  implică  $a = 6$  și  $b = 3$  implică  $a = 9$ . Deci numerele de forma  $\overline{4ab}$  sunt 431; 463 și 493. 36. Răsturnatul numărului  $\overline{abcde}$  este numărul  $\overline{edcba}$ , unde cifrele  $a$  și  $e$  sunt nenule.  $\overline{abcde} = \overline{edcba}$  implică  $a = e$ ;  $b = d$ . Deci numărul este de forma  $\overline{abcba}$ , unde  $b$  și  $c$  iau valorile 0, 1, 2, ..., 9 iar  $a$  ia valorile 1, 2, ..., 9, Deci sunt în total  $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$  de numere. 37. Avem: a)  $1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 6 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 6 = 12$ ; b)  $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 4$ . 38. 1269, 1278, 1359, 1368, 1458, 1467, 2349, 2358, 2457, 3456. 39.  $2012 = 9 \cdot 223 + 5$ . Numărul cel mai mic este  $\overline{99\dots95}$ . 40. Există un număr de o cifră, adică 3. Există trei numere de două cifre, adică:

223 cifre

30; 12; 21. Există 6 numere de trei cifre, adică: 300; 210; 201; 120; 102; 111. Arătați că există 10 numere de 4 cifre, 15 numere de 5 cifre și 21 numere de 6 cifre. Total: 56 de numere.

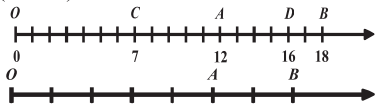
**41.** Observăm că:  $1 + 1 = 2$ ;  $3 = 2 + 1$ ;  $5 = 2 + 3$ ;  $8 = 5 + 3$ ;  $13 = 8 + 5$ . Deci urmează în șir numerele:  $13 + 8 = 21$ ;  $21 + 13 = 34$ ;  $34 + 21 = 55$  și  $55 + 34 = 89$ . **42. a)** 106; 108; 110; 112; sau altă variantă; **b)** 2002; 2004; 2006; 2008 sau altă variantă; **c)** 4782; 4784; 4786; 4788 sau altă variantă; **d)** 2014; 2016; 2018; 2020 sau altă variantă. **43. a)** 100; **b)** 9998; **c)** 102; **d)** 98764. **44. a)** 201; **b)** 1023; 1203; 2013; 2031; 2103; 2301 etc. **45. a)** pară; **b)** pară; **c)** pară; **d)** impară; **e)** pară; **f)** pară. **46.** 2435096178. **47.** Pe locul al 18-lea. **48.** Pentru scrierea numerelor mai mici decât 100, cifra 3 apare de 20 de ori. Pentru scrierea numerelor cuprinse între  $a00$  și  $a99$ , unde  $a$  ia valorile 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8 cifra 3 apare de câte 20 de ori. Pentru scrierea numerelor de forma  $\overline{3cd}$ , cifra 3 apare de  $100 + 20 = 120$  de ori. Pentru scrierea numerelor de forma  $\overline{9ab}$  mai mici decât 981, cifra 3 apare de  $20 - 2 = 18$  ori. Prin urmare, cifra 3 este utilizată de  $8 \cdot 20 + 120 + 18 = 298$  ori; **49.** Da; Nu. **50.** 300000 km; 500 secunde; 150 000 000 000 m. **51. a)** 24; 26; 42; 46; 62; 64; **b)** 53 și 13. **52.** Numerele sunt de forma  $\overline{abc}$  cu  $a + b + c = 6$ . Dacă  $a = 1$ , atunci  $b + c = 5$  și  $b$  ia valorile 0, 1, 2, 3, 4, 5. Numerele sunt 105; 114, 123; 132; 141; 150. Dacă  $a = 2$ , atunci  $b + c = 4$  și  $b$  ia valorile 0, 1, 2, 3, 4. Numerele sunt 204; 213; 222; 231; 240. Continuați cu  $a = 3$ ;  $a = 4$ ;  $a = 5$  și  $a = 6$ . **53.**  $60 = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 6$ . Numerele sunt: 345; 354; 435; 453; 534; 543; 256; 265; 526; 562; 625; 652. **54.**  $19 + 19 + 1 = 39$ .

**55.** Numerele sunt de forma  $\overline{aba}$ .  $a$  poate lua 9 valori și anume 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 iar  $b$  ia 10 valori: 0, 1, 2, ..., 8, 9. Conform regulii produsului sunt în total  $9 \cdot 10 = 90$  de numere.

**56.** Dacă numărul brăduților plantați este par (egal cu  $2n$ ), atunci între ei sunt  $(2n - 1)$  spații, deci numărul stejarilor plantați este impar. Dacă numărul brăduților plantați este impar ( $2k + 1$ ), atunci între ei sunt  $2k$  spații, deci în acest caz numărul stejarilor plantați este par. **57. a)** 40 de ploi; **b)** Sunt în total 40 de intervale între doi ploi vecini etc.

## 1.2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximații, estimări.

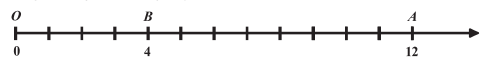
**5. a)** 13 puncte (inclusiv și originea axei); **b)** 14 puncte; **c)** 50 de puncte și, respectiv, 49. **6.**  $M$  are coordonata  $2 + (12 - 2) : 2 = 7$ . **7.**  $2011 - 1000 = 1011$ . **8.**  $(2012 + 1004) : 2 = 1508$ . **9. a)**  $OD = 16$ ;  $OC = 7$  și  $OA = 12$ , deci  $A$  se află între  $C$  și  $D$ ; **b)**  $DB = OB - OD = 18 - 16 = 2$  și  $BC = OB - OC = 18 - 7 = 11$ .



**10.** Între  $O$  și  $A$  există punctele de coordonate:  $2 \cdot 0 + 1$ ;  $2 \cdot 1 + 1$ ; ...;  $2 \cdot 9 + 1 = 19$ . Deci  $A$  are coordonata 20.

**11. a)** 1 cm; **b)** 2 cm; **c)** 4 mm; **d)** 6 mm. **12.**  $AB = 4$  cm implică faptul că unitatea de măsură are 2 cm. Deci  $OA = 2 \text{ cm} \cdot 5 = 10 \text{ cm}$  și  $OB = 2 \text{ cm} \cdot 7 = 14 \text{ cm}$ .

**13. a)**  $a$  poate lua valorile: 5, 6, 7, 8, 9, 10, sau 11. **b)**  $a$  poate lua valorile: 0, 1, 2, sau 3.



**14. a)**  $123 < 321$ ; **b)**  $1234 > 423$ ; **c)**  $1112 < 2111$ ; **d)**  $6565 > 6555$ ; **e), f), g)** sunt egale. **16.** 12, 72, 91, 93, 131, 345, 981, 1021, 1034. **17.** 2039, 1319, 1031, 739, 712, 312, 191, 89, 12. **18. a)** 987 și 123; **b)** 888 și 200; **c)** 999 și 111; **d)** 731 și 137; **e)** 985 și 124. **19. a)** 2 posibilități; **b)** 4 posibilități. **20.** 543 210 și 102 345. **21. a)** 10 000 000 000; **b)** 1 023 456 788. **22.** 987 654; 102 345. **23. a)** 100 023 456; **b)** 999 876 543. **24.** 1000023; 9999876. **25.** 78, 79, 89. **26. a)** 455, 465, 475, 485, 495. **27. a)** 65 210; **b)** 10 256. **28.** 14, 23, 32, 41, 50 etc. **29.** 56 498. **30.** 453987. **31. 1)**  $a = 9$ ,  $b = 7$ ; **2)**  $m = 1$ ,  $n = 2$ . **32.** 1997. **33.** 3 019. **34.** 27 556. **35.** 169 830. **36.** 88 991. **37.** 8 197. **38.** 100 000, 10 233. **39.** 103; 114; 125; 136. **40.** Pentru numărul 17342: **a)** 17340, 17300, 17000; **b)** 17350, 17400, 18000; **c)** 17340, 17300, 17000. **41.** 2390; 2391; 2392; 2393; 2394. **42.** 5475; 5476; 5477; 5478; 5479; 5480. **43. a)** 2300; 2301; 2302; ...; 2349. Sunt 50 de numere; **b)** 2350; 2351; ...; 2399. Sunt 50 de numere. **44. a)**  $150 \text{ m} \cdot 10 = 1500 \text{ m}$ ; **b)**  $150 \text{ m} \cdot 11 = 1650 \text{ m}$ .



numere naturale consecutive. Avem  $4a + 10 = 17 \cdot 12 + 6$ , de unde  $4a = 200$ , adică  $a = 50$ . Numerele sunt 51, 52, 53 și 54.

**Test 9** 1. a) 56; b) 111; 2. a) 135; b) 5; c) 9; d) 2004. 3. 27. 4. 9. 5. a) 1; b) 1448. 6.  $5 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 199) = 5 \cdot (199 \cdot 200) : 2 = 99500$ . 7.  $a = 10b + 9$ , unde  $b \geq 10$ . Deci  $a + b = 11b + 9 \geq 11 \cdot 10 + 9 = 119$ . 8.  $n = 85 \cdot a + 81 = (17 \cdot 5) \cdot a + 81 = 17 \cdot (5a) + 17 \cdot 4 + 13 = 17 \cdot (5a + 4) + 13$ . Restul împărțirii lui  $n$  la 17 este 13. 9. a) Avem: Fie  $a = 21b + 12$ , unde  $100 \leq a \leq 999$ . Deci  $100 \leq 21b + 12 \leq 999$ , de unde  $88 \leq 21b \leq 987$  și  $5 \leq b \leq 47$ . Sunt 43 de numere. b)  $(21 \cdot 5 + 12) + (21 \cdot 6 + 12) + \dots + (21 \cdot 47 + 12) = 21 \cdot (5 + 6 + \dots + 47) + 12 \cdot 43 = 21 [(1 + 2 + 3 + \dots + 47) - (1 + 2 + 3 + 4)] + 12 \cdot 43 = 21 \cdot [(47 \cdot 48) : 2 - 10] + 516 = 21 \cdot (47 \cdot 24 - 10) + 516 = 21 \cdot 1118 + 516 = 23994$ .

**I.11.1. Metoda reducerii la unitate.** 1. 21 lei. 2. 75 kg. 3. 15 vaci. 4. 3750 l. 5. 1040 lei. 6. a) 18 ore; b) 4 zile și 5 ore. 7. Numim „normă“ partea din lucrare efectuată de un muncitor într-o oră. Pentru finalizarea lucrării sunt necesare  $18 \cdot 10 \cdot 8 = 1440$  de norme. În 6 zile se efectuează  $10 \cdot 6 \cdot 8 = 480$  de norme. Mai rămân de efectuat 960 de norme de către 6 muncitori care fac în total  $6 \cdot 8 = 48$  de norme pe zi și ei termină lucrarea în  $960 : 48 = 20$  zile. Muncitorii rămași termină lucrarea în  $960 : 48 = 20$  de zile.

**I.11.2. Metoda comparației.** 1. O furculiță costă 2 lei, iar o lingură costă 3 lei. 2. Un pantalon costă 489 lei, iar un pulover costă 274 lei etc. 3. O farfurie costă 6 lei, iar un pahar 5 lei. etc. 4. Vezi tabelul de mai jos:

4 cărți	.....	5 caiete	.....	42 lei	/ 3
12 cărți	.....	15 caiete	.....	126 lei	
12 cărți	.....	7 caiete	.....	110 lei	
		8 caiete	.....	16 lei	
		un caiet	.....	2 lei	
		5 caiete	.....	10 lei	
4 cărți	.....			32 lei	
o carte	.....			8 lei.	

5. 50 kg și, respectiv, 30 kg. 6. 10 kg și, respectiv, 8 kg. 7. 8 lei și 5 lei. 8. 3 lei și, respectiv, 1 leu.

9. O prăjitură cântărește 200 g iar o ciocolată 125 g etc. 10.  $3 \cdot 12 \text{ kg} + 3 \cdot 15 \text{ kg} = 81 \text{ kg}$ .

11. Un cal consumă 12 kg de furaje pe zi, iar o vacă 10 kg de furaj etc.

12. a) 2 ciocolate ..... 7 bomboane ..... 13 lei | · 3  
3 ciocolate ..... 4 bomboane ..... 13 lei | · 2

6 ciocolate ..... 21 bomboane ..... 39 lei

6 ciocolate ..... 8 bomboane ..... 26 lei

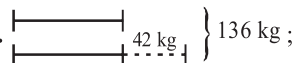
13 bomboane ..... 13 lei

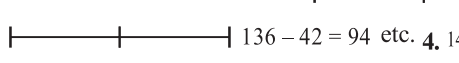
1 bomboană ..... 1 leu

2 ciocolate ..... .. 13 - 7 · 1 = 6 lei

1 ciocolată ..... .. 3 lei

4 ciocolate ..... 2 bomboane ..... 14 lei.

**I.11.3. Metoda figurativă.** 1. 

 136 - 42 = 94 etc. 4.  $148 \left\{ \begin{array}{l} \text{---} a \text{---} \\ \text{---} 18 \text{---} \end{array} \right.$ ,  $a$  este numărul al doilea, iar  $a + 18$

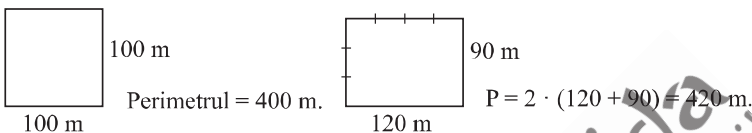
este primul număr.  $2 \cdot a + 18 = 148$ ,  $a = 65$ . 5. 32 și 69. 6. 3000 lei. 7. 12 mere, 9 pere, 3 nuci.

8. 76 ℓ și 149 ℓ.

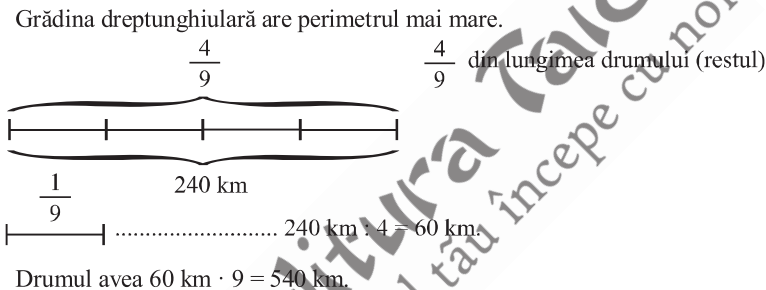
10. Metoda grafică:

- ..... cantitatea de lapte din prima cisternă.
  - ..... cantitatea de lapte din cealaltă cisternă.
- $$\square + 1200 \text{ l} = \begin{cases} \bigcirc = 1200 \text{ l} \\ \bigcirc = 1200 \text{ l} \\ \bigcirc = 1200 \text{ l} \end{cases}$$
- $$\square = \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc - 4800 \text{ l}.$$
- $$\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc = 9600 \text{ l}.$$
- $$\bigcirc \dots\dots\dots 9600 \text{ l} : 4 = 2400 \text{ l}.$$
- $$\square = 4800 \text{ l} - 2400 \text{ l} = 2400 \text{ l}.$$

11.



12.



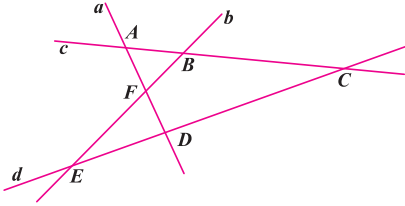
**II. 20. 2. Metoda reducerii la unitate**

1. 7 kg cartofi ..... 10,50 lei  
 1 kg cartofi .....  $10,50 : 7 = 1,50$  lei  
 11 kg cartofi .....  $1,50 \cdot 11 = 16,50$  lei.
2. 20 cutii ..... 0,250 kg  
 1 cutie .....  $0,25 : 20 = 0,0125$  kg  
 39 cutii .....  $0,0125 \cdot 39 = 0,4875$  kg.
3. 5 vile .....  $375,50 \text{ m}^2$   
 1 vilă .....  $375,50 : 5 = 75,1$  metri pătrați  
 7 vile .....  $75,1 \cdot 7 = 525,7$  metri pătrați.
4. 4 muncitori ..... 6,8 zile  
 1 muncitor .....  $6,8 \cdot 4 = 27,2$  zile  
 5 muncitori .....  $27,2 : 5 = 5,44$  zile.
5. 7,5 ore ..... 6000 litri  
 1 oră .....  $6000 : 7,5 = 800 \text{ l}$   
 3,5 ore .....  $800 \cdot 3,5 = 2800 \text{ l}.$
6. 193,20 lei.

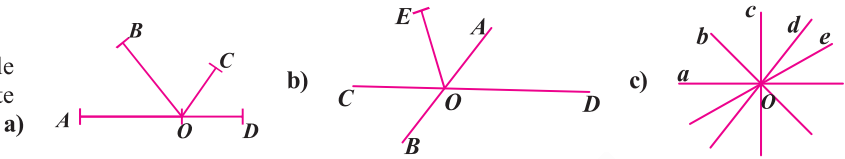
**II. 20. 3. Metoda comparației**

1. 3 ciocolate ..... 4 napolitane ..... 10,25 lei  
 7 ciocolate ..... 8 napolitane ..... 23,45 lei

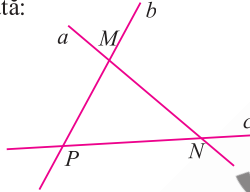
10. Vezi figura alăturată



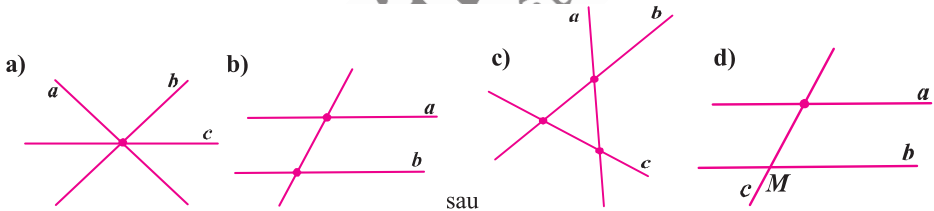
11. Vezi figurile alăturate



12. **a)** 1; 4; 1; **b)** 1; 6; 3; **c)** 3; 12; 3; **d)** 4; 18; 6. **13. a)**  $A$  și  $M$  etc.; **b)**  $M$  și  $P$ ; **c)**  $N$ ,  $P$  și  $B$  etc.; **d)**  $A$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $C$  etc. **14.**  $p_1(A)$ ,  $p_2(A)$ ,  $p_3(A)$ ; **a)**  $p_4(A)$ ; **b)**  $p_4(F)$  etc. **15. a) i)**  $AB$  și  $B'C'$ ;  $AB$  și  $A'D'$ ;  $AB$  și  $CC'$ ;  $AB$  și  $DD'$  etc. **ii)**  $AB$  și  $CD$ ;  $AB$  și  $A'B'$ ;  $AB$  și  $C'D'$  etc. **iii)**  $AB$  și  $AD$ ;  $AB$  și  $AA'$ ;  $AB$  și  $BC$ ;  $AB$  și  $BB'$  etc. **b)** 6 plane și 12 drepte. **c)**  $(AB, AD, AA')$  etc. **16.**  $p_1$  este adevărată;  $p_2$  este falsă. **17.** Vezi figura alăturată:

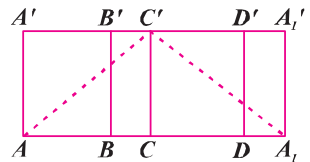


18. Vezi figurile **a)**, **b)**, **c)**. **19.** Vezi fig. **d)**  $a$  și  $c$  sunt concurente.



**20. a)**  $(A, B, D)$ ,  $(A, B, F)$ ,  $(B, C, D)$ ,  $(D, E, F)$  etc.; **b)**  $(A, B, C)$ ,  $(A, D, E)$ ,  $(B, D, F)$ ,  $(C, E, F)$ ; **c)**  $P_2(A)$ ;  $P_3(F)$ ;  $P_4(A)$ ;  $P_5(A)$ ;  $P_6(A)$ . **21. a)**  $HE, MN, PQ, IK$ ; **b)**  $BQ, CK, DL$ ; **c)**  $CE, BF, MQ$ ; **d)**  $NI, NB, NE, NM$ ; **e)**  $PE, IC, HB$  sau alte variante.

**III. 3. Distanța dintre două puncte; lungimea unui segment; segmente congruente (construcție); mijlocul unui segment; simetricul unui punct față de un punct**



**1. b)** Două drumuri posibile (vezi figura alăturată)  $(AC')$  sau  $(A_1C')$ .

**3. a)**  $x = 4,8 \text{ cm} + 3,5 \text{ cm} = 8,3 \text{ cm}$ ; **b)**  $11,2 \text{ cm} - 5,2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$ .

**7. b)** Segmentul **sumă**:  $AC = 4,8 \text{ cm} + 3,2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$ .

**8.**  $AB = OB - OA = 0,5 \text{ cm}$ ;  $BC = OC - OB = 1,5 \text{ cm}$ ;  $CD = OD - OC = 2,7 \text{ cm}$ ;  $AC = OC - OA = 2 \text{ cm}$ ;  $BD = OD - OB = 4,2 \text{ cm}$ ;  $AD = OD - OA = 4,7 \text{ cm}$ . **9.** Punctele sunt coliniare în ordinea  $A - B - C - D$ .

$AC = AB + BC = 4,5 + 1,8 = 6,3 \text{ cm}$ ;  $BD = BC + CD = 1,8 + 2,2 = 4 \text{ cm}$ ;  $AD = AC + CD = 6,3 + 2,2 = 8,5 \text{ cm}$ . **10.**  $BC = AC - AB = 2,5 \text{ cm}$ ;  $AD = AB + BD = 5 \text{ cm}$ ;  $CD = BD - BC = 0,5 \text{ cm}$ .

**CAPITOLUL V: RECAPITULARE FINALĂ**

**Test 31** 2. a) 745; b) 61. 3. 300. 4. 1005 și 1000. 5. a)  $357 \cdot (27 + 73 - 90) = 357 \cdot 10 = 3570$ ; b) 0. 6. 5. 7. a) 1045, 1144, 1243, 1342, 1441, 1540; b) 1143, 1341. 8. 9990. 9. 10 și 40. 10.  $a = 2005c + 3c$ ,  $3c < 2005$ .  $c \leq 668$ . Sunt 669 de numere. 11. 9. 12.  $\underbrace{99 \dots 97}_{222 \text{ cifre}}$ .

**Test 32** 2. 102, 107, 123, 4099, 4107, 4212, 4213, 4215, 4305. 3. a) 61; b) 168. 4. 978. 5. 1230. 6. 7020. 7. a) 1; b) 8. 8. 1332. 9. același rest - 3. 10. 22, 46, 70 și 94. 11. Suma resturilor este egală cu:  $0 + 1 + 2 + \dots + 2003 + 2004 = (2004 \cdot 2005) : 2 = 2005 \cdot 1002$ . 12.  $2^{21} = (2^3)^7$ ;  $3^{14} = (3^2)^7$  etc.

**Test 33** 1. B. 2. C. 3. D. 4. C. 5. A. 6. C. 7. A. 8. D. 9. A. 10. B. 11. D. 12. D.

**Test 34** 1. a)  $4x + 3 < 41 \Rightarrow 4x < 38 \Rightarrow x < 9$ . Fraakțiile sunt:  $\frac{3}{41}; \frac{7}{41}; \dots; \frac{27}{41}$ . b)  $3n - 2 < 18$  și

$3n - 2 \geq 0 \Rightarrow 1 \leq n \leq 6$ . Fraakțiile sunt:  $\frac{1}{18}; \frac{4}{18}; \dots; \frac{16}{18}$ . c)  $n^2 - 1 < 63$  și  $n^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow 1 \leq n \leq 7$ .

Fraakțiile sunt:  $\frac{0}{63}; \frac{1}{21}; \frac{8}{63}; \dots; \frac{48}{63}$ . 2. a)  $12 > n + 2 \Rightarrow n < 9$ . Fraakțiile sunt:  $\frac{12}{2}; \frac{12}{3}; \frac{12}{4}; \dots; \frac{12}{11}$ ;

b)  $4x + 5 > 7x - 16$  și  $7x - 16 > 0$  implică  $3 \leq x \leq 6$ . Fraakțiile sunt:  $\frac{17}{5}; \frac{7}{4}; \frac{25}{19}; \frac{29}{29}$ .

3. Din  $\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$  rezultă  $7/b$  și  $5/a$ . Deci  $a$  ia valorile: 45, 50, 55, ... și  $b$  ia valorile 98; 91; ... .

Dacă  $a = 45$ , atunci  $b = 63$ , deci  $b \geq 63$ . Dacă  $b = 98$ , atunci  $a = 70$ , deci  $45 \leq a \leq 70$  și  $63 \leq b < 100$ .

Fraakțiile sunt:  $\frac{45}{63}; \frac{50}{70}; \frac{55}{77}; \frac{60}{84}; \frac{65}{91}; \frac{70}{98}$ . 4.  $\frac{124^4}{96} = \frac{31}{24}$ ;  $\frac{475^{25}}{1050} = \frac{19}{42}$ ;  $\frac{540^{65}}{675} = \frac{108^9}{135} =$

$= \frac{12^3}{15} = \frac{4}{5}$ ;  $\frac{1331^{11}}{242} = \frac{121^{11}}{22} = \frac{11}{2}$ . 5. a)  $\frac{8^7}{40} + \frac{2^7}{160} + \frac{1^3}{320} - \frac{5^5}{64} = \frac{56 + 14 + 3 - 55}{320} = \frac{18}{320} = \frac{9}{160}$ ;

b)  $\frac{6^6}{5} \cdot \frac{3^3}{10} \cdot \frac{2^2}{15} \cdot \frac{1^1}{30} = \frac{162 \cdot 27 \cdot 4 \cdot 1}{30} = \frac{108 \cdot 108}{30} = \frac{18}{5} = 3 \frac{3}{5}$ .

6. a)  $\frac{1}{25} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{120}{910} = \frac{1}{65}$ ; b)  $\left(\frac{33}{5} - \frac{11}{8} - \frac{19}{5}\right) \cdot \frac{8}{3} = \left(\frac{33^3}{5} - \frac{8}{11} - \frac{19}{5}\right) \cdot \frac{8}{3} = \left(\frac{24}{5} - \frac{19}{5}\right) \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$ .

7.  $\frac{3^4}{5^4} \cdot \frac{5^2}{3^2} + 25 : \left(\frac{5^{2016}}{5^{2017}}\right)^2 - \frac{9}{5} = \frac{9}{25} + 25 : \frac{1}{25} - \frac{9}{5} = \frac{9}{25} + 25 - \frac{9}{5} = \frac{9 + 15625 - 45}{25} = \frac{15589}{25}$

$= 625 \frac{14}{15}$ . 8. a)  $72 \cdot \frac{5}{8} = 45 \ell$ ; b)  $70 \cdot \frac{11}{10} = 77 \text{ kg}$ ; c)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} \text{ m}$ ; d)  $1200 \cdot \frac{15}{100} = 180 \ell$ .

9. 150 km. 10. 60 zile și 30 zile. 11. 3300 lei și 900 lei. 12. 262; 270; 278.

**Test 35** 1. a) 15,096; b) 7,95; c) 6,484; d) 0,345; e) 20,005. 2. a)  $1 \frac{4}{15}$ ; b)  $\frac{29}{60}$ ; c)  $7 \frac{1}{30}$ ; d)  $\frac{1}{10}$ ;

e)  $\frac{1}{2040}$ . 3. a)  $4 \frac{1}{8}$ ; b)  $4 \frac{6}{11}$ . 4. 25 de rațe și 18 iepuri. Folosiți metoda falsei ipoteze. 5. 65,6.