

Carmen Angelescu, Nicolae Baciu, Ovidiu Bădescu,
Nicolai Buzduga, Constantin Chirilă, Daniela Chiteş,
Marinela-Cristina Cimpoeşu, Gabriela Constantinescu,
Dorel Cosic, Doina Cremenescu, Mihai Ionescu, Viorel Lupşor,
Laura Marin, Ioan Marinescu, Dan Nănuţi, Daniel Năstruţ,
Mihai Păuna, Ana Poştaru, Nicolae Stănică,
Gheorghe Stoianovici, Nicolae Suciu, Gheorghe Tirla,
Dorina Trifon, George Vlad, Cătălin Zîrnă

BACALAUREAT 2009

GHID DE PREGĂTIRE MATEMATICĂ - M2

Filiera teoretică: profil real

Specializarea: ştiinţe ale naturii

Filiera teoretică: toate profilurile, toate specializările



Lucrarea conține calendarul, programa și

modele de rezolvare
pentru enunțurile

publicate de M.E.C.I. la data de 27. 02. 2009

SUBIECTUL I

VARIANTA 1

- 5p 1. Să se calculeze $C_3^2 + 3!$.
- 5p 2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_5(3x+4) = 2$.
- 5p 3. Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - x - 2 = 0$.
- 5p 4. Se consideră funcția $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2$. Să se determine mulțimea valorilor funcției f .
- 5p 5. Fie punctele $A(2, -1)$ și $B(-1, 3)$. Să se determine numerele reale a și b astfel încât $\overline{AB} = a\vec{i} + b\vec{j}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$, $AC = \sqrt{7}$ și $BC = \sqrt{3}$. Să se calculeze măsura unghiului B .

Soluții

$$1. C_3^2 + 3! = \frac{3!}{2! \cdot 1!} + 3! = 3 + 6 = 9.$$

2. Punem condiția: $3x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{4}{3}$, $D = \left(-\frac{4}{3}, +\infty\right)$. Din $\log_5(3x+4) = 2$ rezultă $3x+4 = 25$, adică $3x = 21$, deci $x = 7 \in D$.

3. Din relațiile lui Viète: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$. Dar $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = -\frac{1}{2}$.

4. $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2$ este continuă și strict descrescătoare pe $[0,1]$. Atunci mulțimea valorilor funcției f este: $f([0,1]) = [f(1); f(0)] = [-1, 0]$.

5. Cum $\overline{AB} = (-1-2)\vec{i} + (3+1)\vec{j} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$, atunci $a = -3$ și $b = 4$.

6. Din teorema cosinusului avem $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$, adică $(\sqrt{7})^2 = 4^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos B$. Rezultă că $8\sqrt{3} \cos B = 12$, de unde

$$\cos B = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ deci } m(\angle B) = 30^\circ.$$

SUBIECTUL I

VARIANTA 2

- 5p 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$. Să se determine $f(-4) \cdot f(-3) \cdot \dots \cdot f(3) \cdot f(4)$.
- 5p 2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x+2) + \log_2 x = 3$.
- 5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi inecuația $x^2 - 5x + 5 \leq 1$.
- 5p 4. Să se demonstreze că pentru orice $x \in \mathbb{R}$ numerele $3^x - 1$, 3^{x+1} și $5 \cdot 3^x + 1$ sunt termeni consecutivi într-o progresie aritmetică.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, -8)$ și $B(6, 3)$. Să se determine coordonatele vectorului $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
- 5p 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC știind că $AC = 2$, $m(\angle BAC) = 30^\circ$ și $AB = 4$.

Soluții

1. $f(x) = 0$ dacă $x = 3$; deci $f(3) = 0$. Atunci $f(-4) \cdot f(-3) \cdot \dots \cdot f(4) = 0$.
2. Condiții: $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > 0 \end{cases}$, deci $D = (0, +\infty)$.
 $\log_2(x+2) + \log_2 x = 3$, $\log_2 x(x+2) = 3$, de unde $x^2 + 2x = 2^3$, adică $x^2 + 2x - 8 = 0$;
 $\Delta = 36$, de unde $x_1 = 2 \in D$ și $x_2 = -4 \notin D$. $S = \{2\}$.
3. $x^2 - 5x + 5 \leq 1$; $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ rezultă $x \in [1, 4]$. Dar $x \in \mathbb{Z}$, deci $x \in \{1, 2, 3, 4\}$.
4. Cele trei numere sunt în progresie aritmetică dacă $3^{x+1} = \frac{3^x - 1 + 5 \cdot 3^x + 1}{2}$, adică
 $2 \cdot 3^{x+1} = 6 \cdot 3^x$; $3^x \cdot 3 = 3 \cdot 3^x$ (A), $\forall x \in \mathbb{R}$.
5. Avem $\overrightarrow{OA} = 4\vec{i} - 8\vec{j}$ și $\overrightarrow{OB} = 6\vec{i} + 3\vec{j}$. Atunci $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 10\vec{i} - 5\vec{j}$, deci coordonatele sunt $(10, -5)$.

$$6. A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} = \frac{8 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 2.$$

SUBIECTUL I

VARIANTA 3

SUBIECTUL I

- 5p 1. Să se determine al zecelea termen al sirului $1, 7, 13, 19, \dots$
- 5p 2. Se consideră toate numerele naturale de trei cifre scrise cu elemente din mulțimea $\{1, 2\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un astfel de număr, acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\sqrt{2+x} = x$.
- 5p 4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x+1$. Să se calculeze $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)$.
- 5p 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2, -1)$ și $B(1, -2)$.
- 5p 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC , știind că $AB = AC = \sqrt{2}$, $m(\angle A) = 30^\circ$.

Soluții

1. Observăm că termenii sirului sunt în progresie aritmetică. Avem $a_1 = 1$ și $r = 6$.

Deci $a_{10} = a_1 + 9r = 1 + 9 \cdot 6 = 55$.

2. Fie numerele de acest fel notează \overline{abc} .

Fie funcțiile $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2\}$. Sunt $2^3 = 8$ astfel de funcții, adică 8 astfel de numere \overline{abc} , cu $a, b, c \in \{1, 2\}$. Deci sunt 8 numere de 3 cifre scrise cu elemente din mulțimea $\{1, 2\}$. Dintre ele, sunt divizibile cu 3 doar cele cu $a = b = c$, adică 111 și 222. Atunci $P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$.

3. Din condițiile de existență $2+x \geq 0$ și $x \geq 0$, rezultă $x \in [0, +\infty) = D$. Ridicând la patrat, ecuația devine $x^2 - x - 2 = 0$ având soluțiile $x_1 = -1 \notin D$ și $x_2 = 2 \in D$.

4. $f(-2) = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$, $f(-1) = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$, $f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$, $f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$, deci $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) = 0$.

5. $(AB): y - y_A = m(x - x_A)$; $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 + 1}{1 - 2} = 1$.

Rezultă $(AB): y + 1 = x - 2 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$.

6. $A_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} = \frac{(\sqrt{2})^2 \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL II

SOLUȚIILE

VARIANTA 1

1. Se consideră determinantul $d = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$, unde $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ sunt

soluțiile ecuației $x^3 - 3x + 2 = 0$.

5p a) Să se calculeze $x_1 + x_2 + x_3$.

5p b) Să se arate că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -6$.

5p c) Să se calculeze valoarea determinantului d .

2. Pe mulțimea numerelor reale definim operația $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$.

5p a) Să se verifice că $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se calculeze $x \circ (-4)$, unde x este număr real.

5p c) Știind că operația „ \circ ” este asociativă, să se calculeze

$(-2009) \circ (-2008) \circ (-2007) \circ \dots \circ (-5) \circ (-4) \circ (-3) \circ \dots \circ 2009 = -4$

Soluții

1. a) Din relațiile lui Viète avem: $x_1 + x_2 + x_3 = 0$.

b) Din: x_1 soluție a ecuației, avem $x_1^3 - 3x_1 + 2 = 0$,

x_2 soluție a ecuației, avem $x_2^3 - 3x_2 + 2 = 0$,

x_3 soluție a ecuației, avem $x_3^3 - 3x_3 + 2 = 0$.

Adunăm relațiile și obținem $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3(x_1 + x_2 + x_3) + 6 = 0$, deci $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -6$.

c) Adunăm liniile 2 și 3 la linia 1.

$$d = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 & x_1 + x_2 + x_3 & x_1 + x_2 + x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{vmatrix} = 0$$

2. a) $(x+4)(y+4) - 4 = xy + 4x + 4y + 12 = x \circ y, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) $x \circ (-4) = (x+4)(-4+4) - 4 = -4, \forall x \in \mathbb{R}$.

c) $(-2009) \circ (-2008) \circ (-2007) \circ \dots \circ (-5) \circ (-4) \circ (-3) \circ \dots \circ 2009 = -4$ deoarece

$x \circ (-4) = (-4) \circ x = -4, \forall x \in \mathbb{R}$.

$x \circ 0 = 0 \circ x = 0, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ deci } 0 = (-4) \circ (-4) = -4 \circ 0 = -4$.

$x \circ (-x) = -x \circ x = 0, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ deci } -x \circ x = 0$.

SUBIECTUL II

VARIANTA 2

LAVATI

1. Se consideră determinantul $d = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p a) Pentru $a=2, b=1$ și $c=-1$, să se calculeze determinantul d .

5p b) Să se verifice că $d = \frac{1}{2}(a+b+c)((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2)$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\begin{vmatrix} 2^x & 3^x & 5^x \\ 5^x & 2^x & 3^x \\ 3^x & 5^x & 2^x \end{vmatrix} = 0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale definim operația $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$.

5p a) Să se arate că $x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, pentru oricare $x \in \mathbb{R}$.

5p c) Știind că operația „ \circ ” este asociativă, să se calculeze $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2009}$.

Soluții

1. a) Calculăm direct prin regula triunghiului: $d = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 14$.

$$b) d = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} = (a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} =$$

$$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) = (a+b+c) \cdot \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + c^2 - 2ac + b^2 + c^2 - 2bc) = \frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2 + (c-a)^2 + (b-c)^2].$$

c) La punctul b) am obținut $d = \frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2 + (c-a)^2 + (b-c)^2]$ și

$$d = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc, \text{ deci } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2 + (c-a)^2 + (b-c)^2].$$

Fie $2^x = a; 3^x = b; 5^x = c$. Avem: $\frac{8^x + 27^x + 125^x - 3(2 \cdot 3 \cdot 5)^x}{0} =$

$$= \frac{1}{2}(2^x + 3^x + 5^x)[(2^x - 3^x)^2 + (5^x - 2^x)^2 + (3^x - 5^x)^2]. \text{ Ecuția devine}$$

$(2^x + 3^x + 5^x)[(2^x - 3^x)^2 + (3^x - 5^x)^2 + (5^x - 2^x)^2] = 0$, deci $2^x = 3^x = 5^x$, de unde $x=0$ soluție unică.

2. a) $2(x-3)(y-3) + 3 = 2xy - 6x - 6y + 18 + 3 = 2xy - 6x - 6y + 21 = x \circ y, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) $x \circ 3 = 6x - 6x - 18 + 21 = 3; 3 \circ x = 6x - 18 - 6x + 21 = 3$, deci $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$.

c) Se observă că $x \circ 3 = 2 \cdot 0 + 3 = 3$ și $3 \circ x = 2 \cdot 0 + 3 = 3$. Atunci avem:

$$1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{9} \circ \dots \circ \sqrt{2009} = (1 \circ \sqrt{2} \circ \dots \circ \sqrt{8}) \circ \sqrt{9} \circ (\sqrt{10} \circ \dots \circ \sqrt{2009}) = \sqrt{9} = 3.$$

SUBIECTUL III

VARIANTA 1

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.
- 5p a) Să se calculeze derivata funcției f .
- 5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p c) Să se demonstreze că $f(x) \leq -4$ pentru orice $x < -1$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + e^x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$.
- 5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- 5p b) Să se calculeze $\int_{-1}^0 xf(x) dx$.
- 5p c) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.

Soluții

1. a) $f'(x) = \left(\frac{x^2}{x+1} \right)' = \left(\frac{x^2-1}{x+1} \right)' + \left(\frac{1}{x+1} \right)' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

b) $f'(x) = 0$, dacă $x \in \{0, -2\}$.

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+++	0--	-0+++		
$f(x)$	\nearrow	-4	\searrow	$\searrow 0$	\nearrow

f este strict crescătoare pe $(-\infty, -2] \cup [0; +\infty)$;

f este strict descrescătoare pe $[-2, -1) \cup (-1; 0]$.

c) Din tabloul de variație alcătuit pentru punctul b) avem că
 f strict crescătoare pe $(-\infty, -2]$, de unde $f(x) \leq f(-2) = -4$, $\forall x \in (-\infty, -2]$
 f strict descrescătoare pe $[-2, -1)$; de unde $f(x) \leq f(-2) = -4$, $\forall x \in [-2, -1)$.

Deci $f(x) \leq -4$, $\forall x \in (-\infty, -1)$.

2. a) Limita la stânga, respectiv la dreapta a funcției f în $x_0 = 0$ este egală cu 1;
 $f(0) = 1$, deci f este continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ admite primitive pe \mathbb{R} .

b) $\int_{-1}^0 (x^3 + xe^x) dx = \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 + \int_{-1}^0 x(e^x)' dx = -\frac{1}{4} + xe^x \Big|_{-1}^0 - \int_{-1}^0 e^x dx = \frac{2}{e} - \frac{5}{4}$.

c) $V = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} + 1)^2 dx = \pi \int_0^1 (x + 2\sqrt{x} + 1) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} + \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{17\pi}{6}$.

SUBIECTUL III

VARIANȚA 2

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - e^{-x}$.
- 5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- 5p b) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p c) Să se calculeze $S = g(0) + g(1) + \dots + g(2009)$; unde $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f'(x) - f''(x)$.
2. Se consideră funcțiile $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ date prin $f(x) = xe^x$ și $F(x) = (x-1)e^x$.
- 5p a) Să se verifice că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Să se calculeze aria suprafeței plane determinate de graficul funcției f , axa Ox , și dreptele $x = 0$ și $x = 1$.
- 5p c) Să se demonstreze că $\int_1^x \frac{f(t)f''(t) - (f'(t))^2}{f^2(t)} dt = \frac{x+1}{x} - 2$ pentru orice $x > 1$.

Soluții

1. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0) = e^0 + e^0 = 2$.

b) $f'(x) = e^x + e^{-x} > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$, deci f este strict crescătoare pe \mathbb{R} .

c) $f''(x) = e^x - e^{-x} = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$;

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = e^x + e^{-x} - (e^x - e^{-x}) = 2e^{-x}.$$

$$g(0) + g(1) + \dots + g(2009) = 2(e^0 + e^{-1} + \dots + e^{-2009}) = 2 \cdot \frac{e^{-2010} - 1}{e^{-1} - 1} = 2 \cdot \frac{e^{2010} - 1}{e^{2010}} \cdot \frac{e^{-1}}{e^{-1}} =$$

Suma primilor 2010 termeni
în progresie geometrica, cu
 $b_1=1$; $q=e^{-1}$; $n=2010$

$$= 2 \cdot \frac{e^{2010} - 1}{e^{2009}(e-1)}.$$

2. a) F derivabilă pe \mathbb{R} și $F'(x) = [(x-1)e^x]' = e^x + (x-1) \cdot e^x = x \cdot e^x = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

b) f continuă și pozitivă, deci $A = \int_0^1 f(x) dx = F(x)|_0^1 = (x-1)e^x|_0^1 = 1$.

c) $\int_1^x \frac{f(t)f''(t) - (f'(t))^2}{f^2(t)} dt = \int_1^x \left(\frac{f'(t)}{f(t)} \right)' dt = \frac{f'(t)}{f(t)} \Big|_1^x = \frac{(t+1)e^t}{te^t} \Big|_1^x = \frac{t+1}{t} \Big|_1^x = \frac{x+1}{x} - 2$, $\forall x > 1$.

CUPRINS

<i>Calendarul examenului de Bacalaureat 2009</i>	3		
<i>Programa pentru examenul de Bacalaureat 2009 – Matematică, tipul M1</i>	4		
<i>Metodologia de organizare a examenului de Bacalaureat 2009</i>	5		
ENUNȚURI ȘI REZOLVĂRI			
	SUBIECTUL I	SUBIECTUL II	SUBIECTUL III
Varianta 1	15	117	229
Varianta 2	16	118	230
Varianta 3	17	119	231
Varianta 4	18	120	232
Varianta 5	19	121	233
Varianta 6	20	122	234
Varianta 7	21	123	235
Varianta 8	22	124	236
Varianta 9	23	125	237
Varianta 10	24	126	238
Varianta 11	25	127	239
Varianta 12	26	128	240
Varianta 13	27	129	241
Varianta 14	28	130	242
Varianta 15	29	131	243
Varianta 16	30	132	244
Varianta 17	31	133	245
Varianta 18	32	135	246
Varianta 19	33	137	247
Varianta 20	34	138	248
Varianta 21	35	139	249
Varianta 22	36	140	250
Varianta 23	37	142	251
Varianta 24	38	143	252
Varianta 25	39	144	253
Varianta 26	40	146	254
Varianta 27	41	147	255
Varianta 28	42	148	256
Varianta 29	43	149	257
Varianta 30	44	150	258
Varianta 31	45	151	259

CONTENIDO

Variante 32	46	152	260
Variante 33	47	153	261
Variante 34	48	154	263
Variante 35	49	155	264
Variante 36	50	156	265
Variante 37	51	157	266
Variante 38	52	158	268
Variante 39	53	159	270
Variante 40	54	160	271
Variante 41	55	161	272
Variante 42	56	162	273
Variante 43	57	163	274
Variante 44	58	164	275
Variante 45	59	165	276
Variante 46	60	166	277
Variante 47	61	167	278
Variante 48	62	169	279
Variante 49	63	170	281
Variante 50	64	171	282
Variante 51	65	172	283
Variante 52	66	174	284
Variante 53	67	175	285
Variante 54	68	176	286
Variante 55	69	177	287
Variante 56	70	178	288
Variante 57	71	179	289
Variante 58	72	180	290
Variante 59	73	181	291
Variante 60	74	182	292
Variante 61	75	183	293
Variante 62	76	184	294
Variante 63	77	185	295
Variante 64	78	186	296
Variante 65	79	187	297
Variante 66	80	188	298
Variante 67	81	189	299
Variante 68	82	190	300
Variante 69	83	191	301

Varianta 70	84	192	302
Varianta 71	85	193	303
Varianta 72	86	194	304
Varianta 73	87	195	305
Varianta 74	88	196	306
Varianta 75	89	197	307
Varianta 76	90	198	308
Varianta 77	91	199	309
Varianta 78	92	200	310
Varianta 79	93	201	311
Varianta 80	94	202	312
Varianta 81	95	203	313
Varianta 82	96	204	314
Varianta 83	97	205	315
Varianta 84	98	206	316
Varianta 85	99	207	317
Varianta 86	100	208	318
Varianta 87	101	209	319
Varianta 88	102	210	320
Varianta 89	103	211	321
Varianta 90	104	212	322
Varianta 91	105	213	323
Varianta 92	106	214	324
Varianta 93	107	215	325
Varianta 94	108	216	326
Varianta 95	109	217	327
Varianta 96	110	218	328
Varianta 97	111	219	329
Varianta 98	112	220	330
Varianta 99	113	221	331
Varianta 100	114	222	332