

ȘTEFAN SMARANDACHE
CĂTĂLIN - PETRU NICOLESCU

VICTOR BĂLȘEANU
DOMNICA COTFAS
JULIETTA GEORGESCU
DANA-ANTOANELA IVĂNESCU
MĂDĂLINA - GEORGIA NICOLESCU
GEORGE - BOGDAN GEORGESCU
GHEORGHE TACHE
CRISTINA CÎMPEAN
MIHAELA - GABRIELA NIȚE
SAVIANA ȘTEFĂNESCU
MELANIA - VOICHIȚA CRISTEA
DUMITRA MATEI - DRAGOMIR
GHEORGHE DAN NICOLAE
EUTAZIA-LĂCRIMIOARA CRASNEAN

SUZANA BASARABESCU
MARA-MIRELA PĂUNESCU
MARINELA GEORGESCU
IUDITA POPTEANU
ROXANA SLĂVESCU
FLORIAN GHIȚĂ
SIMONA TACHE
MIRELA OBREJA
VIRGINIA PÎRȘAN
CARMEN NICULESCU
MARINELA - FELICIA SOLOMON
GHEORGHE - DUMITRU SOLOMON
MARIAN ION
MIRCIĂ BURSUC

MATEMATICĂ

clasa a VII-a

**SINTEZE DE TEORIE
EXERCIȚII ȘI PROBLEME**

- Fixarea cunoștințelor
- Aprofundarea cunoștințelor
- Performanță
- Autoevaluare
- Evaluare sumativă



CUPRINS

	E*	R**
Teste predictive	7356

ALGEBRĂ

Capitolul I. NUMERE ÎNTREGI

<i>Breviar de teorie</i>	11	
E.A.P. 1. Mulțimi	14357
E.A.P. 2. Operații cu numere întregi	18357
E.A.P. 3. Divizibilitatea numerelor întregi	25357
E.A.P. 4. Ecuații	28358
E.A.P. 5. Inecuații	30358
E.A.P. <i>Teste de evaluare</i>	32358

Capitolul II. NUMERE RAȚIONALE

<i>Breviar de teorie</i>	34	
1. Mulțimea numerelor raționale	37358
2. Adunarea numerelor raționale	41359
3. Scăderea numerelor raționale	44360
4. Înmulțirea numerelor raționale	47360
5. Împărțirea numerelor raționale	49361
6. Puterea unui număr rațional	51361
7. Ordinea efectuării operațiilor	56362
8. Ecuații	59362
9. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor	62362
E.A.P. 10. Rapoarte și proporții	68363
E.A.P. 11. Șir de rapoarte egale	72363
E.A.P. 12. Procente	77364
E.A.P. 13. Media aritmetică. Media aritmetică ponderată	81365
<i>Teste de evaluare</i>	84365

Capitolul III. NUMERE REALE

<i>Breviar de teorie</i>	88	
1. Rădăcina pătrată a unui număr rațional	89366

E* - enunțuri

R** - rezolvări

E.A.P. - Extindere. Abordare. Perseverență. Performanță

	E*	R**
2. Mulțimea numerelor reale.....	92 366
3. Calculul cu radicali	94 367
4. Operații cu numere reale.....	98 367
5. Media geometrică	105 368
Teste de evaluare	106 369

Capitolul IV. CALCUL ALGEBRIC

<i>Breviar de teorie</i>	109	
1. Calcul cu numere reale reprezentate prin litere	110 369
2. Formule de calcul prescurtat	116 370
3. Descompunerea în factori.....	125 372
4. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{Q}$	130 373
Teste de evaluare	132 374

Capitolul V. ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII

<i>Breviar de teorie</i>	134	
1. Ecuații	135 374
E.A.P. 2. Ecuații de gradul I cu două necunoscute	140 375
E.A.P. 3. Sisteme de ecuații.....	141 375
E.A.P. 4. Probleme care se rezolvă cu ajutorul sistemelor de ecuații	147 376
Teste de evaluare.....	151 376

Capitolul VI. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR

<i>Breviar de teorie</i>	154	
1. Sistem de axe ortogonale.....	155 377
2. Dependente funcționale	156 377
3. Probabilități	158 377
Teste de evaluare	159 377

GEOMETRIE ÎN PLAN

Capitolul I. RECAPITULARE ȘI COMPLETĂRI

<i>Breviar de teorie</i>	161	
1. Triunghiul	165 378
2. Linii importante în triunghi	172 378
3. Simetria față de o dreaptă	178 378

E* - enunțuri

R** - rezolvări

E.A.P. - Extindere, Abordare, Perseverență, Performanță.

	E*	R**
Capitolul II. PATRULATERE		
<i>Breviar de teorie</i>	180	
E.A.P. 1. Patrulaterul convex	184	... 379
2. Paralelogramul	188	... 380
3. Dreptunghiul	192	... 380
4. Rombul	196	... 380
5. Pătratul	199	... 380
6. Trapezul	202	... 381
E.A.P. 7. Simetria față de un punct	205	... 382
E.A.P. 8. Aria triunghiului	207	... 383
E.A.P. 9. Aria patrulaterului	210	... 383
<i>Teste de evaluare</i>	215	... 383

Capitolul III. ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR

<i>Breviar de teorie</i>	219	
1. Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante	222	... 384
2. Teorema lui Thales	225	... 384
3. Reciproca teoremei lui Thales	229	... 385
4. Linia mijlocie în triunghi	231	... 385
5. Linia mijlocie în trapez	233	... 385
6. Teorema fundamentală a asemănării	238	... 385
7. Cazurile de asemănare ale triunghiurilor	242	... 386
<i>Teste de evaluare</i>	246	... 386

Capitolul IV. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIIC

<i>Breviar de teorie</i>	251	
1. Teorema înălțimii	254	... 388
2. Teorema catetei	256	... 388
3. Teorema lui Pitagora	258	... 388
4. Reciproca teoremei lui Pitagora	266	... 390
5. Elemente de trigonometrie	268	... 390
6. Aria triunghiului	273	... 391
7. Aria patrulaterului	278	... 391
<i>Teste de evaluare</i>	283	... 392

Capitolul V. CERCUL

<i>Breviar de teorie</i>	286	
1. Arc de cerc, Unghi la centru	291	... 392

E* - enunțuri

R** - rezolvări

E.A.P. - Extindere, Abordare, Perseverență, Performanță.

2. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Cerc înscris într-un triunghi.		
E.A.P. Cerc înscris într-un patrulater	293 393
3. Unghi înscris în cerc. Triunghi înscris în cerc.		
E.A.P. Patrulater înscris în cerc	297 393
E.A.P. 4. Pozițiile relative a două cercuri	305 393
5. Poligoane regulate convexe	312 395
6. Lungimea cercului. Aria discului	320 396
7. Lungimea arcului de cerc. Aria sectorului circular	323 396
Teste de evaluare	330 396
TESTE FINALE		
Teste – semestrul I	334 397
Teste – semestrul II	341 399
Teste anuale	348 401
Bibliografie selectivă		403



E* – enunțuri
R** – rezolvări
E.A.P. – Extindere. Abordare. Perseverență. Performanță.

Breviar de teorie

Calcul cu numere reale reprezentate prin litere

În operațiile de adunare, scădere, înmulțire și ridicare la putere a numerelor reale reprezentate prin litere, se aplică următoarele formule:

- 1) $ax^n + bx^n = (a + b)x^n$
- 2) $ax^n - bx^n = (a - b)x^n$
- 3) $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
- 4) $x^m : x^n = x^{m-n}, x \neq 0$
- 5) $(x^m)^n = x^{mn}$
- 6) $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$

Observație. Ultimele patru formule reprezintă regulile de calcul cu puteri.

Formule de calcul prescurtat

- 1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- 4) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$



Raționalizări

• Dacă o fracție este de forma $\frac{a}{\sqrt{b}}$, $b > 0$, atunci se amplifică cu \sqrt{b} și se

obține: $\frac{\sqrt{b} \cdot a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$.

• Dacă o fracție este de forma $\frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}}$, $b > 0$, $c > 0$, $b \neq c$, atunci se

amplifică cu $\sqrt{b} + \sqrt{c}$ și se obține: $\frac{\sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} \cdot \frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} + \sqrt{c})}{b - c}$

• Dacă o fracție este de forma $\frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$, $b > 0$, $c > 0$, $b \neq c$, atunci se

amplifică cu $\sqrt{b} - \sqrt{c}$ și se obține: $\frac{\sqrt{b} - \sqrt{c}}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} \cdot \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} - \sqrt{c})}{b - c}$.

Descompunerea în factori

Factorul comun: $ap + bp = (a + b)p$

Diferența de pătrate: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Restrângeri: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a + b + c)^2$$

1. Calcul cu numere reale reprezentate prin litere

Exerciții rezolvate

1. Reduceți termenii asemenea:

a) $2x + 3y - 5x + y$;

b) $-\sqrt{27}x + \sqrt{24}y + \sqrt{147}x - \sqrt{96}y$;

c) $(x^2 - 2x + 5) - (x^2 - 3x + 2)$.

Rezolvare:

a) $2x + 3y - 5x + y = 2x - 5x + 3y + y = -3x + 4y$;

b) $-\sqrt{27}x + \sqrt{24}y + \sqrt{147}x - \sqrt{96}y = -3\sqrt{3}x + 2\sqrt{6}y + 7\sqrt{3}x - 4\sqrt{6}y = 4\sqrt{3}x - 2\sqrt{6}y$;

c) $(x^2 - 2x + 5) - (x^2 - 3x + 2) = x^2 - 2x + 5 - x^2 + 3x - 2 = x + 3$.

2. Efectuați:

a) $2x^3 \cdot (-3x^2)$; b) $6x^4 : (-3x)$; c) $5x^2 \cdot (3 - x)$; d) $(6x^3y^4 - 4x^2y) : 2xy$.

Rezolvare:

a) $2x^3 \cdot (-3x^2) = (2 \cdot (-3)) \cdot (x^3 \cdot x^2) = -6 \cdot x^{3+2} = -6x^5$;

b) $6x^4 : (-3x) = (6 : (-3)) \cdot (x^4 : x) = (-2) \cdot x^{4-1} = -2x^3$;

c) $5x^2 \cdot (3 - x) = 5x^2 \cdot 3 - 5x^2 \cdot x = 15x^2 - 5x^3$;

d) $(6x^3y^4 - 4x^2y) : 2xy = 6x^3y^4 : 2xy - 4x^2y : 2xy = 3x^2y^3 - 2x$.

3. Efectuați:

a) $(x + 2) \cdot 7x^2 + 2x \cdot (x^2 - 3) - (x^2 - x + 1) \cdot 3x$;

b) $(x + 2)(x - 1) - (x - 2)(x + 1)$.

Rezolvare:

$$\text{a) } (x+2) \cdot 7x^2 + 2x \cdot (x^2-3) - (x^2-x+1) \cdot 3x = (7x^3+14x^2) + (2x^3-6x) - (3x^3-3x^2+3x) = \underline{7x^3} + \underline{14x^2} + \underline{2x^3} - \underline{6x} - \underline{3x^3} + \underline{3x^2} - \underline{3x} = 6x^3 + 17x^2 - 9x;$$

$$\text{b) } (x+2)(x-1) - (x-2)(x+1) = [x(x-1) + 2(x-1)] - [x(x+1) - 2(x+1)] = (x^2-x+2x-2) - (x^2+x-2x-2) = \underline{x^2} - \underline{x} + \underline{2x} - \underline{2} - \underline{x^2} - \underline{x} + \underline{2x} + \underline{2} = 2x.$$

Exercitii propuse

1. Restrângeți:

a) $x + 5x$;

b) $-2y - 3y$;

c) $-4x + 7x$;

d) $10a - 12a$;

e) $-9a + 3a - a$;

f) $20b + 15b - 25b$;

g) $9y - 20y + y$;

h) $27a + 7a - 20a$;

i) $25b + 35b - 10b$.

2. Calculați:

a) $2x + y - x$;

b) $a - 3b + 3a - b$;

c) $-x - 2x + y - x$;

d) $19x + 20y - 10y + 17x - x - 2y$;

e) $a - b - a + 2a - 3b + 7b$;

f) $-18a + 17a - a + 9b - a + 19b - b$.

3. Calculați:

a) $90 - 2a + 11 - 4a + 2$;

b) $x - 1 - 9 + 15x - 2x - 7$;

c) $96 + y - 3y + 72 - 100$;

d) $25x - 29x - x - 1$;

e) $72a - 11 - 80a + 1 - a$;

f) $100 - 3x - 1 + x + 17x - x$;

g) $28y - 2 - 20y - 7y + 50 - y$;

h) $-3 + 9x + 7x + 6 - x - 3$.

4. Calculați:

a) $x^2 - x + 2x^2 + x$;

b) $-3x^2 + x - 2x^2 - 3x$;

c) $x - x^2 - 5x^2 + 3x$;

d) $2 - x^2 + 2x^2 - 5$;

e) $x - x^3 + 2x^2 + 5x^3 - x + x^2$;

f) $x^5 - x^3 + 7x^5 + 2 - x^3 + 1$;

g) $-x^6 + 4 - x - 3x^6 - 2x + 9 - x$.

5. Desfaceți parantezele și apoi reduceți termenii asemenea:

a) $x - (x+2) - (1-x)$;

b) $x - (3x-2y) - 3y - (-x)$;

c) $-(-x+3y) + (x-3y)$;

d) $x^2 + x + 1 - (2x^2 - 3x + 5)$;

e) $12 - (x-2y) - (1-x) - (2-y) - 10$;

f) $-(x^2+2y^2-1) + (x^2+y^2+1) - (x^2-y^2)$;

g) $x - y - (z-x) + (x-z) - (x-y+2z) - 3z$;

h) $-2x + (x^3-x+1) - x^3 - (x-x^3) - (1-x^3)$;

i) $15 - (2-y) - (x-y) + (2x-3y) - (x-y-1)$.



12. Calculați:

a) $5\sqrt{2}x^8 \cdot 3\sqrt{2}x^{17}$;

b) $\frac{1}{\sqrt{3}}x^{21} \cdot \left(-\frac{\sqrt{6}}{3}x^3\right) \cdot \left(-\frac{6}{\sqrt{2}}x\right)$;

c) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}x^9 \cdot \frac{3}{2}x \cdot (-10x^{10})$;

d) $(-7x^{21}) \cdot \left(-\frac{1}{14}x^3\right) \cdot (-x^9)$;

e) $\frac{\sqrt{3}}{3}x^{20} \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{15}}x^3\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}x^2\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{6}x\right)$.

13. Calculați:

a) $x^2y \cdot (-4xy^4)$;

b) $(-3xy^2) \cdot (-6x^9y^6) \cdot (-x^4)$;

c) $(-3a^2b^5) \cdot (-a^2b^3) \cdot (-a^3b^4)$;

d) $-a^3 \cdot (+3a^4 \cdot b) \cdot (-b^2)$;

e) $a^3b^2c \cdot (-a^2b) \cdot (-9b^2c)$;

f) $(-xyz) \cdot (-x^2y^2z^2) \cdot (+x^3y^3z^3)$;

g) $(-xy) \cdot (-yz) \cdot (-xyz)$;

h) $3a^3b^2c \cdot (-a^4b) \cdot (-b^2c^3)$;

i) $7xy \cdot (-9xz^2) \cdot (+x)$;

j) $-\frac{1}{3}x^9y^4z \cdot (-x^8y^7) \cdot (-3xy)$.

14. Calculați:

a) $\sqrt{3}x^2y^3z \cdot (-z^4) \cdot (-\sqrt{6}xy)$;

b) $\frac{1}{\sqrt{3}}y \cdot (-2\sqrt{3}xy) \cdot x^2$;

c) $\frac{21}{10}x^8y^3z^4 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}xyz^2\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}x^4\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{42}z^9\right)$;

d) $\frac{\sqrt{20}}{3} \cdot a^2b^2c^2 \cdot \left(-\frac{9}{\sqrt{5}}a^3b\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}ab^2c\right) \cdot (-c^3)$.

15. Calculați:

a) $(2x^4) : x^2$;

b) $(6x^8) : (3x)$;

c) $(-9x^5) : (-3x^4)$;

d) $(-24x^8) : (8x^3)$;

e) $(21x^{50}) : (-7x^{41})$;

f) $9x^{41} : (-x)^{31}$;

g) $(82x^{49}) : (41x^3)$;

h) $(-90x^{36}) : (-2x^{31})$;

i) $(100x^8) : (-25x^6)$;

j) $(-70x^{300}) : (10x^{205})$;

k) $(42x^{150}) : (-12x^{142})$.

16. Calculați:

a) $(x^6y^8) : (-xy^5)$;

b) $(-4x^8y) : (-2xy)$;

c) $(72a^3b^2c) : (-36a^2b)$;

d) $(-38x^4y^2z^3) : (-19x^4yz)$;

e) $(30x^3yz) : (-10x^2yz)$;

f) $(x^{25}y^{72}z^3) : (-x^{24}yz)$;

g) $(-36a^7b^{35}c^4) : (-12abc)$;

h) $(24xy^3z^4) : (-8xyz^2)$;

i) $(90x^3y^2) : (3xy) : (-xy)$.

Testul 1

- I.
- Dacă $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ și $y = \sqrt{2} - \sqrt{3}$, atunci:
 - $x \cdot y = \dots$
 - $x + y = \dots$
 - $(x + y)^2 = \dots$
 - Fie expresia $E(x) = x^2 - x$.
 - $E(\sqrt{2}) = \dots$
 - Descompunerea expresiei $E(x)$ este ...
 - Soluțiile ecuației $E(x) = 0$ sunt ...
 - Fie expresia $x^2 - 6x + 8$.
 - Descompunerea expresiei este ...
 - Soluțiile ecuației $x^2 - 6x + 8 = 0$ sunt ...
 - Minimul expresiei este ...
 - Descompunerea în factori a expresiei $x^2 + x$ este ...
 - Descompunerea în factori a expresiei $x^2 - 4$ este ...
 - Descompunerea în factori a expresiei $(x + y + 1)^2 - (x - y + 1)^2$ este...
 - Soluțiile ecuației $x^2 - 3 = 0$ sunt ...
 - Soluțiile ecuației $x^4 = 1$ sunt ...
 - Soluțiile ecuației $x^4 - 4x^2 = 0$ sunt ...

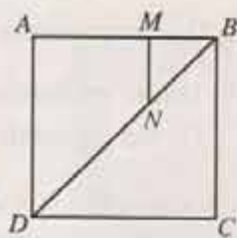


II.

- Calculați:
 - $(x + 2)(3x - 1) - (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$;
 - $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{-1} + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{-1} + [(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})]^{-1}$.
- Determinați x și y în următoarele cazuri:
 - $\sqrt{(x + y)^2} + \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 0$;
 - $\sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} = 0$.
- Calculați:
 - $|1 - \sqrt{2}| - |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - 1|$;
 - $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$.



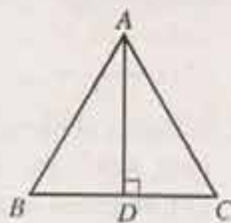
4. În figura alăturată, $ABCD$ este un pătrat cu latura de 6 cm, $M \in [AB]$, astfel încât $MB = \frac{1}{3} AB$, iar



$MN \parallel AD$, $N \in [BD]$.

- Lungimea segmentului MN este egală cu ... cm.
- Lungimea segmentului NB este egală cu ... cm.
- Aria patrulaterului $MNDA$ este egală cu ... cm^2 .

5. În figura alăturată, triunghiul ABC este echilateral; $AD \perp BC$, $AD = 2\sqrt{3}$ cm.



- Lungimea segmentului AB este egală cu ... cm.
- Lungimea segmentului BD este egală cu ... cm.
- Aria triunghiului ABC este egală cu ... cm^2 .

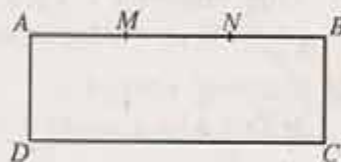
II.

1. Determinați trei numere x , y și z , știind că x reprezintă 24 % din y , y și z sunt direct proporționale cu 5, respectiv 6, iar suma lor este 122.

2. Rezolvați ecuațiile:

- $(x\sqrt{2} + 1)^2 - (x\sqrt{2} - 1)^2 = \sqrt{2}$;
- $(x + 2)(x + 4) - (x + 1)(x - 1) = x - 1$;
- $\left(\frac{1}{x-1}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{x-2}\right)^{-1} + \dots + \left(\frac{1}{x-100}\right)^{-1} = 0$

3. În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi, $BC = 3$ cm, $AB = 9$ cm, iar punctele M și N împart segmentul în trei părți egale.



- Completați figura cu segmentele MD și NC .
- Determinați aria patrulaterului $MNCD$.
- Determinați sinusul unghiului \widehat{MCN} .
- Calculați distanța de la punctul N la dreapta MD .

Testul 2

I.

1. Rezultatul calculului:

- $0,01 \cdot 100$ este ...
- $2\frac{1}{4} : \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}$ este ...
- $2\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} - 1) + 3\sqrt{3}$ este ...

