ARTUR BĂLĂUCĂ

CĂTĂLIN BUDEANU GABRIEL MÎRŞANU

ARITMETICĂ
ALGEBRĂ GEOMETRIE

Clasa a VI-a

- Teste iniţiale
- Consideraţii teoretice la noţiunile din programa şcolară
- Modele de probleme rezolvate
- Probleme practice
- 20 modele de teste ce conţin itemi cu note şi bareme de notare
- Itemi cu note
- Soluţii, indicaţii, răspunsuri şi comentarii la problemele propuse

EDITURA TAIDA
– IAŞI –

Cuprins

ARITMETICĂ. ALGEBRĂ

CAPITOLUL I

TESTE INIȚIALE. RECAPITULARE ȘI COMPLETĂRI

TESTE INIŢIALE

TESTUL 1 (iniţial)

Partea I. Încercuiţi litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

1. Rezultatul calculului: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$ este:
A. 36; **B.** 72; **C.** 18; **D.** 70. (5p)

2. Rezultatul calculului: $11 + 2[3 + (4 + 5 \cdot 6) : 2] : 5 - 13$ este:
A. 8; **B.** 4; **C.** 6; **D.** 10. (5p)

3. Dacă $ab + ac + ad + ae = 750$ şi $b + c + d + e = 25$, atunci $a = \ldots$.
A. 50; **B.** 75; **C.** 30; **D.** 25. (5p)

4. Dacă fracția $\frac{5+n}{8}$ unde $n \in \mathbb{N}$, este subunitară, atunci $n = \ldots$.
A. {0; 1; 2; 3}; **B.** {1; 2; 3}; **C.** {0; 1}; **D.** {0; 1; 2}. (5p)

5. Dacă $14 + 2x = 20$, atunci x este egal cu ... .
A. {3}; **B.** {0; 3}; **C.** {6}; **D.** {2}. (5p)

6. Dacă $3{,}5x - 0{,}75 = 2{,}5x + 3{,}25$, atunci x este egal cu ... .
A. 4,25; **B.** 2; **C.** 4,50; **D.** 4. (5p)

7. Dacă $a = 0{,}13$ mm, atunci $a = \ldots$ cm.
A. 0,0013 cm; **B.** 1,3 cm; **C.** 0,013 cm; **D.** 0,31 cm. (5p)

8. Rezultatul calculului: $3{,}5 \cdot 0{,}02 + 5{,}6 \cdot 0{,}1$ este egal cu ... .
A. 0,53; **B.** 0,63; **C.** 1,63; **D.** 0,063. (5p)

Partea a II-a. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

1. Suma de 3750 lei a fost plătită în bancnote de 50 lei sau 100 lei.
a) Care este numărul maxim de bancnote cu care s-a plătit această sumă?
b) Dar numărul minim? (10p)

2. Aflaţi numerele naturale a şi b ştiind că: **a)** $5a + 4b = 60$; **b)** $(a + 7) \cdot (b + 2) = 48$. (20p)

3. Un tren personal parcurge distanţa dintre două localităţi în 15 ore, iar un tren accelerat în 10 ore. Peste câte ore se vor întâlni cele două trenuri, dacă pornesc simultan din cele două localităţi, unul către celălalt? (10p)

4. Determinaţi cel mai mic număr natural care împărţit la 13 dă restul 4 şi împărţit la 23 dă restul 3. (10p)

Timp de lucru 50 minute. Se acordă 10 puncte din oficiu.

CAPITOLUL II

MULŢIMI

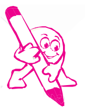
II.1. Propoziţii adevărate şi propoziţii false. „Cel mult“, „cel puţin“, „sau“, „şi“, „nu“, „dacă - atunci“

Ce este propoziţia în matematică?

Şase elevi din clasă fac următoarele afirmaţii referitoare la numărul 64.

Victor: „Numărul 64 este pătrat perfect.“
Elena: „Numărul 64 este par.“
Oana: „Numărul 64 se divide cu 16.“
Gigel: „Numărul 64 este cubul unui număr natural.“
Ionuţ: „Numărul 64 este divizibil cu 5.“
Ana: „Numărul 64 are trei cifre.“

Să observăm:
Afirmaţiile elevilor: Victor, Elena, Oana şi Gigel sunt adevărate, iar cele ale elevilor Ionuţ şi Ana sunt false.



Să exersăm:
Scrieţi 4 propoziţii adevărate şi 3 propoziţii false.

Observaţie: Ada afirmă: „Afară plouă.“Această propoziţie, deşi este utilizată în limbajul cotidian, conţine anumite neclarităţi: de pildă, nu ştim dacă ne aflăm la polul nord sau la ecuator sau la ce anotimp se referă (toamna, iarna, primăvara, vara) etc.

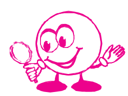
Să reţinem!
➲ Numim propoziţie logică, un enunţ care este adevărat sau fals.
➲ Propoziţiile exclamative şi cele interogative nu sunt propoziţii logice (nu putem afirma cu certitudine dacă sunt adevărate sau false).

Exemple:

Propoziţiile: „$3 + 9 = 12$“; „$3 + 7 < 12$“; „$2^5 < 40$“ sunt propoziţii logice.
Propoziţiile p_1: „În ce an a murit Ştefan cel Mare?“; p_2: „Afară ninge.“; p_3: „Merg la teatru.“ nu sunt propoziţii logice pentru că nu putem afirma despre ele că sunt propoziţii adevărate sau false.

Ce semnificaţie au cuvintele: „cel mult“, „cel puţin“

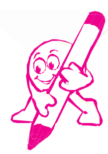
Să observăm:
Care dintre propoziţiile următoare sunt adevărate?



1. Victor: „Ecuaţia $3 + x = 9$ are **cel mult** o soluţie număr natural.“
2. Nicu: „Inecuaţia $2^x < 16$ are **cel puţin** două soluţii numere naturale.“
3. Alex: „Inecuaţia $x + 5 < 14$ are **cel puţin** 4 soluţii, numere naturale.“
4. Ada: „Există **cel puţin** 6 cifre pare în sistemul zecimal de numeraţie.“
5. Ana: „Există **cel mult** 4 cifre impare în sistemul zecimal.“

Propoziţiile **1, 2, 3** sunt propoziţii adevărate, iar propoziţiile **4** şi **5** sunt false.

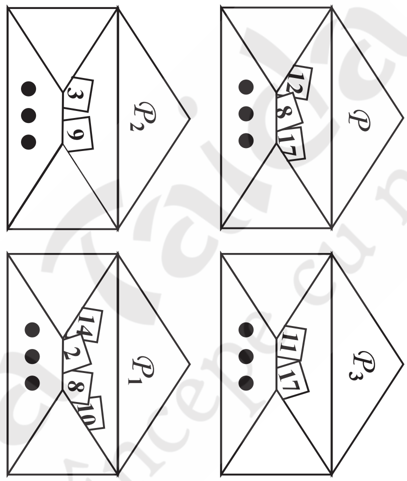
Să rezolvăm:
Aflaţi în fiecare caz numerele naturale:



a) divizibile cu 5 care sunt cel puţin egale cu 19 şi mai mici decât 40;
b) divizibile cu 2 şi cel mult egale cu 10;
c) cel mult egale cu 7;
d) cel puţin egale cu 2^3 şi mai mici decât 15.

II.2. Mulţimi. Descriere, notaţii, reprezentări; mulţimi numerice/ nenumerice. Mulţimi finite, cardinalul unei mulţimi finite; relaţia dintre un element şi o mulţime; mulţimi infinite, mulţimea numerelor naturale ($\mathbb{N}$ şi $\mathbb{N}^*$)

Să împărţim cartonaşele



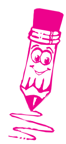
❖ Luăm un plic P în care punem 20 de cartonaşe pe care sunt scrise numerele naturale de la 1 la 20.
❖ Apoi mai luăm 3 plicuri P_1, P_2, P_3.
❖ În plicul P_1 punem cartoanele din P care au pe ele scrise numerele pare.
❖ În plicul P_2 punem cartonaşele din P care au pe ele scrise numerele impare multipli de 3.
❖ În plicul P_3 punem cartonaşele care au pe ele scrise numere de două cifre ce au exact doi divizori.
❖ După aceste operaţii enumerăm în paranteze acolade, numerele de pe cartonaşele din P_1, P_2 şi P_3.

Avem: P_1: {2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20}.
P_2: {3; 9; 15}.
P_3: {11; 13; 17; 19}.

Au mai rămas cartonaşe în plicul P?
Ce numere conţin pe ele?
Mai luaţi un plic P_4 şi aşezaţi în el cartonaşele rămase.
Obţinem: P_4: {1; 5; 7}.
Spunem că mulţimea cartonaşelor din plicul P am împărţit-o în patru mulţimi.
Prin **mulţime** înţelegem o colecţie (grămadă, ansamblu de obiecte distincte).

***Exemple*:**

- Mulţimea cifrelor arabe din sistemul zecimal de numeraţie: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.
- Mulţimea elevilor din clasa noastră.
- Mulţimea numerelor naturale de două cifre.
- Mulţimea literelor cuvântului „apartament“.
- Mulţimea cifrelor numărului 12378.
- Mulţimea continentelor.



Reţineţi:

➲ O **mulţime** conţine elemente.
➲ Elementele pot fi numere, litere, obiecte, fenomene, animale, persoane etc.
➲ Nu are importanţă numărul elementelor într-o mulţime.
➲ Un element apare într-o mulţime o singură dată.

Cum notăm mulţimile şi elementele lor?

<table>
<tr><td rowspan="2">Mulţimile se notează cu litere mari de tipar din alfabetul latin: A, B, C, ..., M, N, P, ...,, X, Y, Z.
Dacă un obiect face parte dintr-o mulţime, spunem că acesta aparţine acelei mulţimi.</td><td colspan="2">Exemple:
Dacă notăm cu A mulţimea literelor cuvântului „apartament“ spunem că a este un element al mulţimii A, iar o nu este un element al mulţimii A.</td></tr>
<tr><td>Scriem:
$a \in A$
$o \notin A$</td><td>Spunem:
a aparţine mulţimii A
o nu aparţine mulţimii A.</td></tr>
</table>

Ce este intersecţia a două mulţimi?

	Notăm:	*Citim:*
2. Mulţimea hoby-urilor în comun ale Alinei şi Bogdan, muzica şi filatelia reprezintă **intersecţia** mulţimilor A şi B.	A O B	Mulţimea A intersectată cu mulţimea B.

Să reţinem!

Intersecţia a două mulţimi N şi Q este mulţimea formată din elementele comune celor două mulţimi.
N O Q = {y S $y \in \mathbb{N}$ şi $y \in \mathbb{Q}$ }.

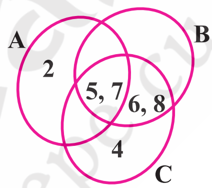
N O Q

Observaţie:

Două mulţimi care au intersecţia mulţimea vidă le numim **mulţimi disjuncte**.

Să exersăm:

Fie mulţimile: A = {2; 5; 7}; B = {5; 6; 7; 8}; C = {4; 5; 6; 7; 8}.
Calculaţi: A O B; A O C; B O C; A O B O C.



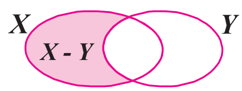
Rezolvare:
A O B = {5; 7}; A O C = {5; 7}; B O C = {5; 6; 7; 8}.
A O B O C = {5; 7}.

Ce este diferenţa a două mulţimi?

	Notăm:	*Citim:*
3. Mulţimea hobby-urilor pe care le are doar Alina, nu şi Bogdan, reprezintă diferenţa mulţimilor A şi B.	A ~ B	A minus B sau diferenţa dintre A şi B.
4. Mulţimea hobby-urilor pe care le are doar Bogdan, nu şi Alina reprezintă diferenţa mulţimilor B şi A.	B ~ A	B minus A sau diferenţa dintre B şi A.

Să reţinem!

Diferenţa a două mulţimi, X şi Y, este mulţimea colorată, formată din elementele care aparţin mulţimii X şi nu aparţin mulţimii Y.
X ~ Y = {x S $x \in$ X şi $x \notin$ Y}.

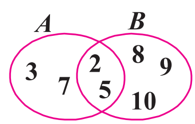


X ~ Y

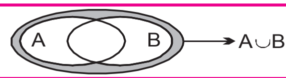
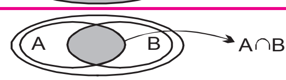
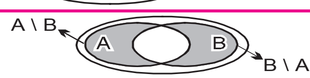
Să exersăm:

Se dau mulţimile: A = {2; 3; 5; 7}; B = {2; 5; 8; 9; 10}.
Calculaţi: A ~ B; B ~ A.

Rezolvare: A ~ B = {3; 7}; B ~ A = {8; 9; 10}.



Să recapitulăm:

Operaţia	Notaţia	Definiţia	Diagrama
Reuniunea	A ∪ B	{x / $x \in$ A sau $x \in$ B}	
Intersecţia	A ∩ B	{x / $x \in$ A şi $x \in$ B}	
Diferenţa	A \ B	{x / $x \in$ A şi $x \notin$ B}	

TEST 14* (*test grilă*)

1. Rezultatul calculului: $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}+\frac{10}{8}$ este: **A)** $2\frac{1}{8}$; **B)** 2; **C)** $1\frac{7}{8}$; **D)** 3. (5p)(*nota* 5)

2. Forma zecimală a fracţiei $\frac{7}{5}$ este: **A)** 1,4; **B)** 1,5; **C)** 1,41; **D)** 1,42. (5p)(*nota* 5)

3. A 7-a zecimală a numărului 10,1(2345) este: **A)** 4; **B)** 6; **C)** 2; **D)** 3. (5p)(*nota* 5)

4. Rezultatul calculului $(0{,}25^4 : 0{,}25^3) \cdot 200$ este: **A)** 40; **B)** 50; **C)** 100; **D)** 25. (5p)(*nota* 5)

5. Rezultatul calculului: $\left(\frac{3}{8}\right)^2 : \frac{9}{64}$ este egal cu: **A)** 2; **B)** 3; **C)** 1; **D)** 4. (10p)(*nota* 5)

6. Un teren agricol de formă pătratică are lungimea laturii egală cu $12\frac{1}{4}$ m. Aria pătratului este egală cu: **A)** $\frac{2401}{16}$ dm^2; **B)** 144,25 m^2; **C)** $\frac{2401}{16}$ cm^2; **D)** 150,625 m^2. (10p)(*nota* 5)

7. Elena a cumpărat $6\frac{3}{4}$ kg de mere, iar sora sa Ana, a cumpărat cu 2,5 kg mai puţin. Cele două surori au cumpărat împreună: **A)** 9,25 kg; **B)** 11 kg; **C)** 10,75 kg; **D)** 9,50 kg. (5p)(*nota* 7)

8. Victor se gândeşte la un număr pe care-l triplează şi scade din rezultat o doime din număr şi obţine 80. Victor s-a gândit la numărul: **A)** 16; **B)** $32\frac{1}{2}$; **C)** 32; **D)** 64? (10p)(*nota* 7)

9. Numărul raţional cu $2\frac{1}{3}$ mai mare decât produsul numerelor $5\frac{5}{6}$ şi $\frac{2}{7}$ este:
A) 4; **B)** $\frac{35}{9}$; **C)** $\frac{102}{42}$; **D)** 6. (5p)(*nota* 7)

10. Efectuând calculele $\left[15+17:\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{6}\right)\right]\cdot 2\frac{11}{45}$ se obţine:
A) 101; **B)** 105; **C)** 99; **D)** $101\frac{1}{3}$. (10p)(*nota* 9)

11. Soluţia ecuaţiei $\frac{3}{8}x+\frac{5}{6}=\frac{1}{3}x+2{,}5$ este **A)** $35\frac{1}{6}$; **B)** $40\frac{1}{2}$; **C)** 40; **D)** $40\frac{1}{6}$. (10p)(*nota* 9)

12. Pătratul unui număr raţional este cu 0,1875 mai mic decât numărul respectiv. Numărul este: **A)** 1,35; **B)** 2,5; **C)** 0,55; **D)** 0,75. (10p)(*nota* 10)

Timp de lucru: 50 minute. Se acordă 10 puncte din oficiu.

* La aceste probleme numai un răspuns este corect!

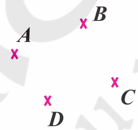
GEOMETRIE
CAPITOLUL I

NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

I.1. Recapitulare și aprofundare

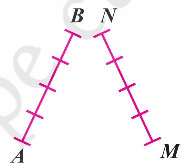
Să ne amintim:

- Punctele situate pe aceeași dreaptă se numesc puncte **coliniare**.



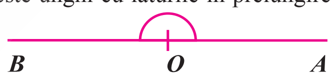
- Punctele care nu sunt situate pe aceeași dreaptă se numesc puncte **necoliniare**.
- Punctele *A*, *B*, *C*, *D* sunt necoliniare.

- Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una.
- **Distanța** dintre două puncte *A* și *B*, notată *AB*, este lungimea segmentului *AB*.



- Două segmente *AB* și *CD* sunt **congruente** dacă au aceeași lungime. *AB* \ *NM*.
- Punctul *M* este **mijlocul** segmentului *AB* dacă *M* g *AB* și *MA* \ *MB*.

- Unghiul *AOB* este unghi nul dacă semidreptele *OA* și *OB* coincid.
- Dacă semidreptele *OA* și *OB* sunt opuse, atunci unghiul r *AOB* este unghi cu laturile în prelungire sau unghi **alungit**.

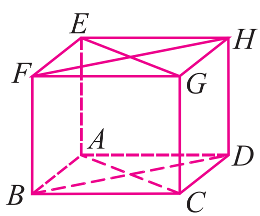


- Unghiul care nu e nici alungit, nici nul se numește **unghi propriu**.
- Două unghiuri r *AOB* și r *COD* sunt congruente dacă au aceeași măsură r *AOB* \ r *COD*.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME

1. Se dau 9 puncte distincte două câte două, dintre care exact 4 sunt coliniare, iar celelalte sunt oricare trei, necoliniare. Câte drepte determină cele 8 puncte? (*nota* 5)

2. În paralelipipedul din figura alăturată numiți câte patru exemple de:



a) perechi de drepte paralele;
b) perechi de drepte necoplanare;
c) trei drepte concurente;
d) segmente congruente. (*nota* 5)

3. Fie *A*, *B*, *C*, *D* patru puncte coliniare în această ordine. Dacă $AB = 25$ cm; $BD = 82$ cm și $CD = 40$ cm, calculați lungimile segmentelor *BC*, *AC* și *AD*. (*nota* 5)

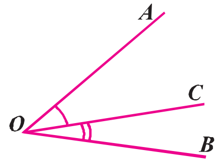
4. Lungimea unui dreptunghi este cu 20 cm mai mare decât lățimea lui. Dacă perimetrul dreptunghiului este egal cu 120 cm, aflați lungimile laturilor dreptunghiului. (*nota* 5)

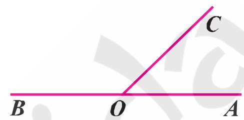
I.3. Unghiuri adiacente; bisectoarea unui unghi; construcția bisectoarei unui unghi

Ce înțelegem prin unghiuri adiacente?

Să reținem!

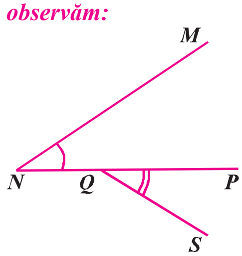
➲ Unghiurile r *AOC* şi r *BOC* din figura alăturată au:
– vârful *O* comun;
– latura [*OC* comună;
– laturile [*OA* şi [*OB* sunt situate de o parte şi de alta a laturii comune [*OC*.



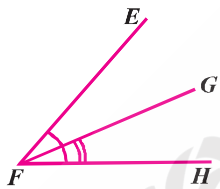


↳ Spunem că unghiurile r *AOC* şi r *BOC* sunt **adiacente**.

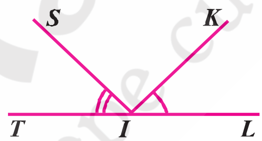
Să observăm:



▪ r *MNP* şi r *PQS*
(nu au acelaşi vârf)



▪ r *EFH* şi r *HFG*
(laturile necomune (*FE* şi (*FG* nu se află de o parte şi de alta a laturii comune *FH*)

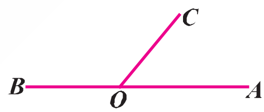


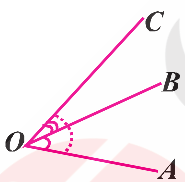
▪ r *KIL* şi r *SIT*
(nu au o latură comună)

Concluzie: În cele trei cazuri, perechile de unghiuri precizate nu sunt adiacente.

Rețineți!

➲ Două unghiuri adiacente cu laturile necomune în prelungire sunt suplementare.





Să rezolvăm:

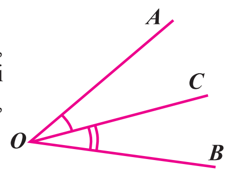
În figura alăturată măsura unghiului r *AOC* reprezintă *suma* măsurilor unghiurilor r *AOB* şi a r *BOC*, iar măsura unghiului r *AOB* reprezintă *diferența* măsurilor unghiurilor r *AOC* şi r *BOC*.

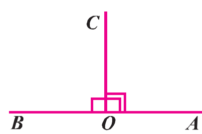
Dacă unghiurile r *AOB* şi r *BOC* au măsurile de 35° şi, respectiv, 40° construiți cu raportorul şi rigla negradată unghiul *sumă* şi unghiul *diferență*.

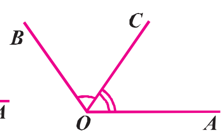
Ce este bisectoarea unui unghi?

Să observăm:

În fiecare caz din figurile alăturate, semidreapta [*OC* interioară unghiului nenul r *AOB* formează cu laturile lui, unghiuri congruente.

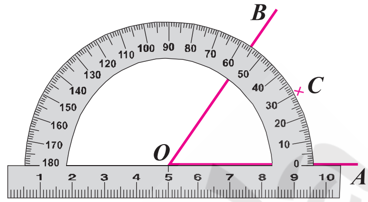






Să reţinem!

➲ Semidreapta interioară unui unghi, cu originea în vârful lui, care formează cu laturile sale două unghiuri congruente se numeşte **bisectoarea unghiului**.



Cum construim bisectoarea unui unghi?

Să observăm:

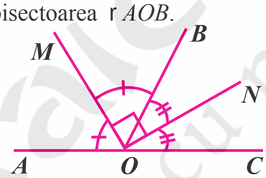
Pas 1. Aflăm cu ajutorul raportorului măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.

Pas 2. Fixăm punctul C astfel încât $m(\sphericalangle BOC) = \dfrac{m(\sphericalangle AOB)}{2}$.

Pas 3. Construim cu rigla semidreapta $[OC$.

Exemplu: Dacă $m(\sphericalangle AOB) = 112°$. Cum $112° : 2 = 56°$, construim cu raportorul (aşezat cu centrul în punctul O), punctul C în dreptul diviziunii de 56°. Semidreapta $[OC$ este bisectoarea $\sphericalangle AOB$.

Probleme rezolvate:



1. Aflaţi măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente suplementare.

Fie $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ cele două unghiuri adiacente suplementare, iar $[OM$ şi $[ON$ respectiv, bisectoarele lor.

Din $[OM$ bisectoarea $\sphericalangle AOB$ şi $(ON$ bisectoarea $\sphericalangle BOC$ rezultă că $m(\sphericalangle MOB) = \dfrac{m(\sphericalangle AOB)}{2}$ şi

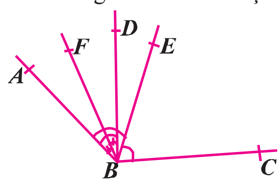
$m(\sphericalangle BON) = \dfrac{m(\sphericalangle BOC)}{2}$. Însă $m(\sphericalangle MOB) + m(\sphericalangle BON) = m(\sphericalangle MON)$ rezultă că $m(\sphericalangle MON) =$

$$= \frac{m(\sphericalangle AOB)}{2} + \frac{m(\sphericalangle BOC)}{2} = \frac{m(\sphericalangle AOC)}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Reţineţi! Măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente suplementare este de 90º.

2. Fie semidreptele $[BA$, $[BD$ şi $[BC$ astfel încât unghiurile $\sphericalangle ABD$ şi $\sphericalangle DBC$ să fie adiacente iar $m(\sphericalangle ABC) - m(\sphericalangle ABD) = 90°$. Să se arate că unghiul format de bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle ABC$ şi $\sphericalangle ABD$ este constant.

***Rezolvare*:**



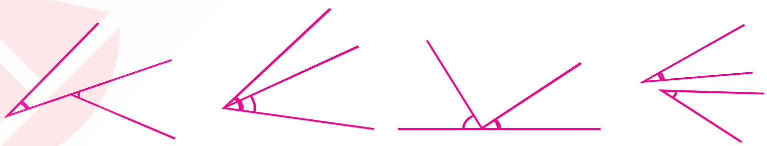
Notăm $m(\sphericalangle ABD) = 2x$, atunci $m(\sphericalangle ABC) = 90° + 2x$.

Unghiul format de cele două bisectoare va avea măsura

$$\frac{2x + 90^\circ}{2} - \frac{2x}{2} = 45^\circ = \text{constant}.$$

EXERCIŢII ŞI PROBLEME

1. De ce perechile de unghiuri din figura de mai jos nu sunt adiacente?



(*nota* 5)

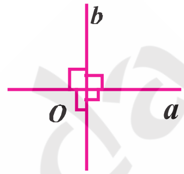
2. Se dau următoarele perechi de unghiuri adiacente:

a) $m(\sphericalangle AOB) = 110°35'40''$, $m(\sphericalangle BOC) = 69°24'20''$; **b)** $m(\sphericalangle AOB) = 104°15'23''$, $m(\sphericalangle BOC) = 76°23'42''$; **c)** $m(\sphericalangle AOB) = 42°17'$, $m(\sphericalangle BOC) = 118°43'$. Stabiliţi dacă semidreptele $(OA$ şi $(OC$ sunt în prelungire sau nu. În cazul când nu sunt în prelungire, aflaţi cu cât trebuie mărită sau micşorată măsura unuia din unghiurile date ca laturile lor necomune să fie în prelungire. (*nota* 5)

I.6. Drepte perpendiculare (definiție, notație, construcție); oblice; aplicații în poligoane și corpuri geometrice, distanța de la un punct la o dreaptă

Să recapitulăm:

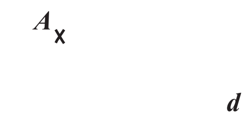
- Prin plierea unei foi de hârtie de două ori, astfel încât părţile suprapuse să coincidă de fiecare dată se obţin patru unghiuri drepte. Cele două drepte astfel obţinute se vor numi **drepte perpendiculare** (figura alăturată).
- Dacă dreptele a şi b sunt perpendiculare, atunci notăm $a \perp b$, în caz contrar vom nota $a \not\perp b$.

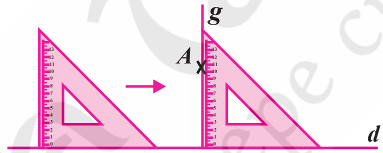


Cum construim perpendiculara pe o dreaptă dată, dintr-un punct exterior acesteia?

Fie dreapta d şi punctul A, unde $A \notin d$.

Utilizând numai echerul

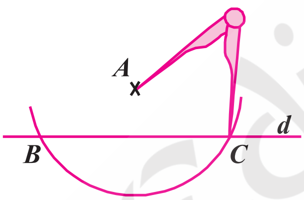




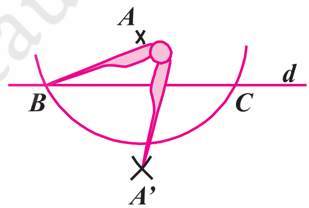
Am aşezat echerul cu o catetă pe dreapta d şi apoi l-am deplasat de-a lungul dreptei d până când cealaltă catetă a echerului conţine punctul A, după care trasăm dreapta g (figura alăturată).

Utilizând compasul şi o riglă negradată

a)



b)



Pasul 1: Fixăm vârful ascuţit al compasului în punctul A şi cu o deschidere suficient de mare, descriem un arc de cerc care să intersecteze dreapta d în două puncte distincte B şi C (figura **a)** de mai sus).

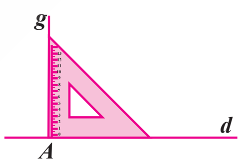
Pasul 2: Fixăm vârful ascuţit al compasului în punctul B şi apoi în punctul C cu aceeaşi deschidere şi trasăm câte un arc de cerc situate în semiplanul determinat de dreapta d care nu conţine punctul A (figura **b)** de mai sus).

Fixăm punctul A' în care se intersectează cele două arce de cerc.

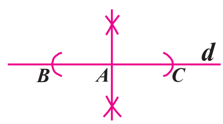
Dreapta AA' este perpendiculară pe dreapta d, adică $AA' \perp d$.

Cum construim perpendiculara pe o dreaptă dată, dintr-un punct care aparţine dreptei? ($A \in d$)

a)



b)



REZULTATE. INDICAŢII. SOLUŢII. COMENTARII

ALGEBRĂ. CAPITOLUL I. TESTE INIȚIALE. RECAPITULARE ŞI COMPLETĂRI

TESTUL 1 **I. 1.** A. **2.** C. **3.** C. **4.** D. **5.** A. **6.** D. **7.** C. **8.** B. **II. 1. a)** 75; **b)** 38. **2. a)** $(a, b) \in \{(0,15), (4,10), (8,5), (12,0)\}$; **b)** $(a, b) \in \{(1,4), (5,2), (9,1), (17,0)\}$. **3.** 6 ore. **4.** Conform teoremei împărțirii cu rest avem relațiile: $n = 13a + 4$ şi $n = 23b + 3$, de unde $n = 13b + (10b + 3)$ şi $13b + (10b + 3) = 13a + 4$. Deci $13 \mid 10b - 1$, b minim implică $b = 4$ şi $n = 95$.

TESTUL 2 **I. 1.** C. **2.** B. **3.** D. **4.** A. **5.** C. **6.** D. **7.** B. **8.** B. **9.** C. **II. 1.** 4027. **2.** Un elev cheltuie 2,6 lei + 1,4 lei = 4 lei, iar toţi elevii cheltuie 4 lei · 24 = 96 lei. **3.** 7,1. **4.** 120 de sticle.

I. Operaţii cu numere naturale **1. a)** 5211; **b)** 3645; **c)** 4928; **d)** 1015; **e)** 1712; **f)** 1158; **g)** 677; **h)** 79412; **i)** 319; **j)** 13489; **k)** 386; **l)** 38254; **m)** 45428; **n)** 6834; **o)** 2502. **2. a)** $(27 + 63) + (58 + 42) = 100 + 100 = 200$; **b)** $7835 + (749 + 251) = 7835 + 1000 = 8835$ etc. **3.** Fie a, b, c cele trei numere. Avem relaţiile: $a + b + c = 750$; $a + b = 384$ şi $b + c = 492$, de unde $a + b + b + c = (a + b + c) + b = 876$, deci $b = 876 - 750 = 126$. $a = 384 - 126 = 258$ şi $c = 492 - 126 = 366$. **4.** Numărul cel mic (scăzătorul) este egal cu $5182 - 4387 = 795$. Suma numerelor este 5977. **5. a)** $x = 482 - 352 = 130$; **b)** $x = 1000 - 382 = 618$; **c)** $x = 478 + 123 = 601$; **d)** $x = 500 - 150 = 350$; **e)** $x = 1500 - 831 = 669$; **f)** $x = 7132 + 389 = 7521$. **6. a)** 1242; **b)** 700; **c)** 16362; **d)** 11663; **e)** 4305; **f)** 86944; **g)** 826496; **h)** 187500; **i)** 416; **j)** 308; **k)** 20; **l)** 795. **7.** $25 \cdot 6 \cdot 20 = 3000$ l apă. **8. a)** baza 5, exponentul 3; **c)** baza 7, exponentul 0; ...; **i)** nu are sens. **9. a)** 7^2; **b)** 10^0; **c)** 10^{10}; **d)** 0^1; **e)** nu are sens; **f)** 3^2; **g)** 2012^{2013}; **h)** 8^0. **10. a)** 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256; 512, 1024, 2048, 4096; **b)** 0, 1, 1, 2000; **c)** 512, 1728, 81, 1000, 10000, 729; **d)** 2187, 121, 196, 27000, 15625, 303, 1; **e)** 512, 144, 15129, 0, 1, 1; **f)** 243, 729, 1331, 169, 62500; **g)** 25, 125, 625, 225, 3375; **h)** 49, 343, 2401, 289, 4913; **i)** 36, 216, 1296, 256, 4096; **j)** 64, 324, 784, 1444, 2304; **k)** 81, 361, 841, 1521, 2401; **l)** 10201, 10404, 10609, 10816, 1000000. **11. a)** 16; **b)** 32; **c)** 85; **d)** 160; **e)** 400; **f)** 68; **g)** 240; **h)** 144; **i)** 720; **j)** 680; **k)** 840; **l)** 234; **m)** 260; **n)** 1300; **o)** 800; **p)** 400. **12. a)** 14; **b)** 9; **c)** 40; **d)** 169; **e)** 64; **f)** 224; **g)** 1225; **h)** 324; **i)** 4. **13. a)** $9 - 8 + 1 = 2$; **b)** $64 - 32 + 1 = 33$; **c)** $343 - 64 - 9 = 270$; **d)** $14^2 = 196$; **e)** $(7 + 4 - 1)^2 = 100$; **f)** $5^3 - 1 = 124$; **g)** $49 - 25 - 16 = 8$; **h)** $64 - 32 - 16 = 16$; **i)** $81 - 27 - 9 - 3 - 1 = 41$. **14. a)** $9 + 361 + 484 = 36 + 289 + 529$ etc. **15. c)** $(3 \cdot 11)^2 + (4 \cdot 11)^2 = (5 \cdot 11)^2 \Leftrightarrow (3^2 + 4^2)11^2 = 5^2 \cdot 11^2$; **d)** $(3 \cdot 111)^2 + (4 \cdot 111)^2 = (5 \cdot 111)^2 \Leftrightarrow 3^2 \cdot 111^2 + 4^2 \cdot 111^2 = 5^2 \cdot 111^2$; **e)** $(3 \cdot 1111)^2 + (4 \cdot 1111)^2 = (5 \cdot 1111)^2$ etc. **16. a)** $2^5 > 2^3$; **b)** $4^7 < 6^7$; **c)** $4^2 = 2^4$; **d)** $4^3 = 2^6$; **e)** $4^3 = 8^2$; **f)** $5^3 > 10^2$; **g)** $11^2 < 2^7$; **h)** $10^2 < 11^2$; **i)** $3^5 = 243$ şi $2^8 = 256$, deci $3^5 < 2^8$. **17. a)** 31; **b)** 59; **c)** 26; **d)** 33; **e)** 128; **f)** 483; **g)** 15; **h)** 11; **i)** 1452; **j)** 23; **k)** 158; **l)** 1200. **18. a)** câtul 28, restul 6; **b)** câtul 40, rest 3; **c)** câtul 135, rest 18; **d)** câtul 778, rest 26; **e)** câtul 121, rest 13; **f)** câtul 41, rest 500; **g)** câtul 151, rest 14; **h)** câtul 30, rest 92; **i)** câtul 98, rest 238. **19.** Fie a şi b cele două numere. Avem $a = 20b + 5$ şi $a + b = 152$, de unde $20b + 5 + b = 152$, adică $b = 7$ şi $a = 145$. **20.** 1664 şi 15. **21.** nu, deoarece $15 \nmid 220$. **22.** 1200 şi 200. **23.** Conform **teoremei împărţirii cu rest** avem: $a = 15 \cdot 6 + r$, unde $r < 6$. Se obţin numerele: 90, 91, 92, 93, 94, 95. Sunt şase numere. **24.** Cel mai mic număr este $207 = 9 \cdot 23$ şi cel mai mare este $792 = 9 \cdot 88$. Deci sunt $88 - 22 = 66$ de numere. **25. a)** $2000 = (9 : 9 + 999) \cdot (9 + 9) : 9$; **b)** $2000 = 333 \cdot (3 + 3) + (3 + 3) : 3$.

26. a)

t	0	1	3	2	2 h 40 min	3 h 20 min
d	0	45	15	30	20	10

27. Dacă numărul porţilor este x, la prima poartă deţinutul face cel mult x încercări, face un semn la cheia folosită, la a doua poartă face cel mult $x - 1$ încercări etc. În total, face cel mult

Bibliografie selectivă

[1]. **BĂLĂUCĂ, A.** şi colaboratorii. ***Matematica în sprijinul elevilor din clasele V-VIII pentru concursurile şcolare***, Universitatea „Al. I. Cuza“ Iaşi, 1989

[2]. **BĂLĂUCĂ, A., ŢICALO, I.** ***Matematica în sprijinul elevilor din clasele V-VIII pentru concursurile şcolare***, Botoşani, Alpha, 1991

[3]. **BĂLĂUCĂ, A., ŢICALO, I.** ***Probleme semnificative pentru concursurile şcolare,*** Partea I, ***Aritmetică şi algebră, clasele V-VI***, Editura REMOS, Chişinău, 1995

[4]. **BĂLĂUCĂ, A., ŢICALO, I.** ***Probleme semnificative pentru concursurile şcolare, Partea a III-a***, ***Geometrie plană. Clasele VI-VIII***, Editura REMOS, Chişinău, 1995

[5]. **BĂLĂUCĂ, A.,** şi colaboratorii. ***Aritmetică, Clasa a V-a,*** Editura Taida, Iaşi, 2016

[6]. **BĂLĂUCĂ, A.,** şi colaboratorii. ***Aritmetică. Algebră. Geometrie. Auxiliar la manualele alternative – clasa a VI-a,*** Editura Taida, Iaşi, 2016

[7]. **BĂLĂUCĂ, A**. ***Aritmetică. Algebră. Geometrie. Olimpiade, concursuri și centre de excelență***, clasa a VI-a, Editura Taida, Iaşi, 2016

[8]. **BRÂNZEI, D., ANIŢA, S., ANIŢA, A..** ***Competenţă şi performanţă în geometrie, vol. I, Relaţii metrice***, Editura MINIED, Iaşi, 1992

[9]. **BRÂNZEI, D., ANIŢA, S., ANIŢA, A..** ***Competenţă şi performanţă în geometrie, vol. II, Funcţii geometrice***. Editura MINIED, Iaşi, 1992

[10]. **EDWIN MOISE, FLOYD, l., DOWNS, Jn.,** ***Geometrie,*** Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983

[11]. **GAUTIER, C., GIRARD, G. GERLL, D., THEIRCÉ, C., WARUSEA, ALEF**, ***Algebre***, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1974

[12]. **MIRON, R. şi BRÂNZEI, D.**, ***Fundamentele aritmeticii şi geometriei***, Editura Academiei, Bucureşti, 1983

[13]. **POPOVICI, C.**, ***Teoria numerelor***, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1973

[14]. **ŢIŢEICA, Gh.,** ***Probleme de geometrie***, Editura Tehnică, Bucureşti, 1984

[15]. Colecţia ***„Gazeta Matematică“,*** din anii 1964-2018